Computergrafik 1

Übungsblatt 1

Formalitäten

- Wöchentliche Übung: Besprechung der Übungsblätter
- Es gibt keine Punkte auf die Übungsblätter
- **Klausur am 30. Juli**
- Alle wichtigen Informationen auf der Vorlesungswebseite

Aufgabe 1 - i

Betrag eines Vektors:

$$\underset{a}{\rightarrow} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\left|\underset{a}{\rightarrow}\right| = \sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2}$$

Aufgabe 1 - i

Skalarprodukt zweier Vektoren:

$$\underset{a}{\rightarrow} * \underset{b}{\rightarrow} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1\, b_1 + a_2\, b_2 + a_3\, b_3$$

Aufgabe 1 - i

Kreuzprodukt zweier Vektoren:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 1 - i

Winkel zwischen zwei Vektoren:

$$\cos \Upsilon = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{\left|\vec{a}\right| * \left|\vec{b}\right|}$$

Aufgabe 1 - ii

Was berechnet das Kreuzprodukt?

Vektor, der senkrecht auf der von den beiden Vektoren aufgespannten Ebene steht.

Aufgabe 1 - iii

Die Vektoren sind linear unabhängig.

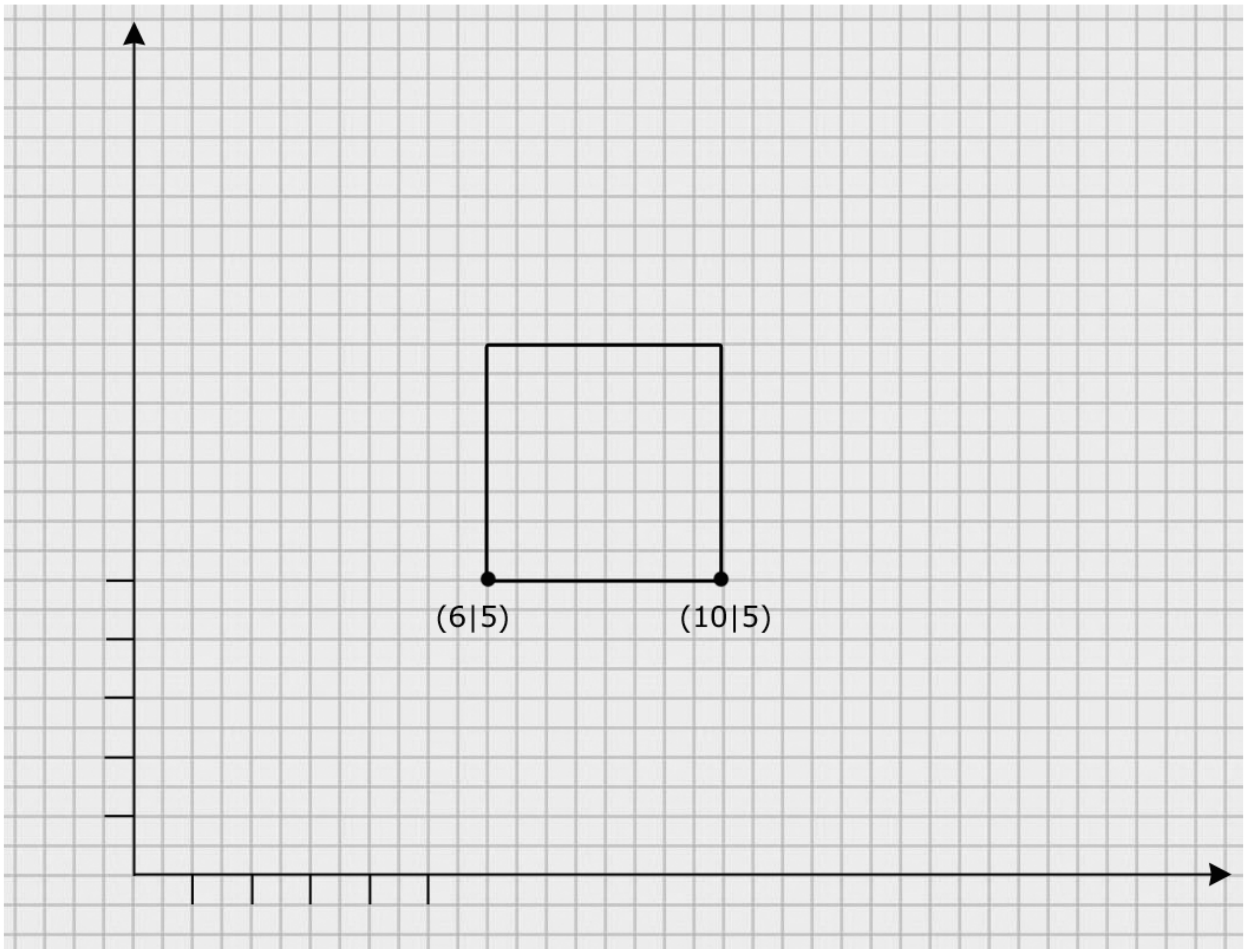
Aufgabe 2

i) $\begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 7 & 4 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 & -6 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4 & -5+2 & 3+(-6) \\ 7+(-3) & 4+4 & -6+5 \end{pmatrix} =$
$\begin{pmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 4 & 8 & -1 \end{pmatrix}$

ii) $\begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ 4 & -7 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3*3+7*5+5*7 \\ 4*3+(-7)*5+2*7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 79 \\ -9 \end{pmatrix}$

iii) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1*1+2*3+3*5 & 1*2+2*4+3*6 \\ 3*1+4*3+5*5 & 3*2+4*4+5*6 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} 22 & 28 \\ 40 & 52 \end{pmatrix}$

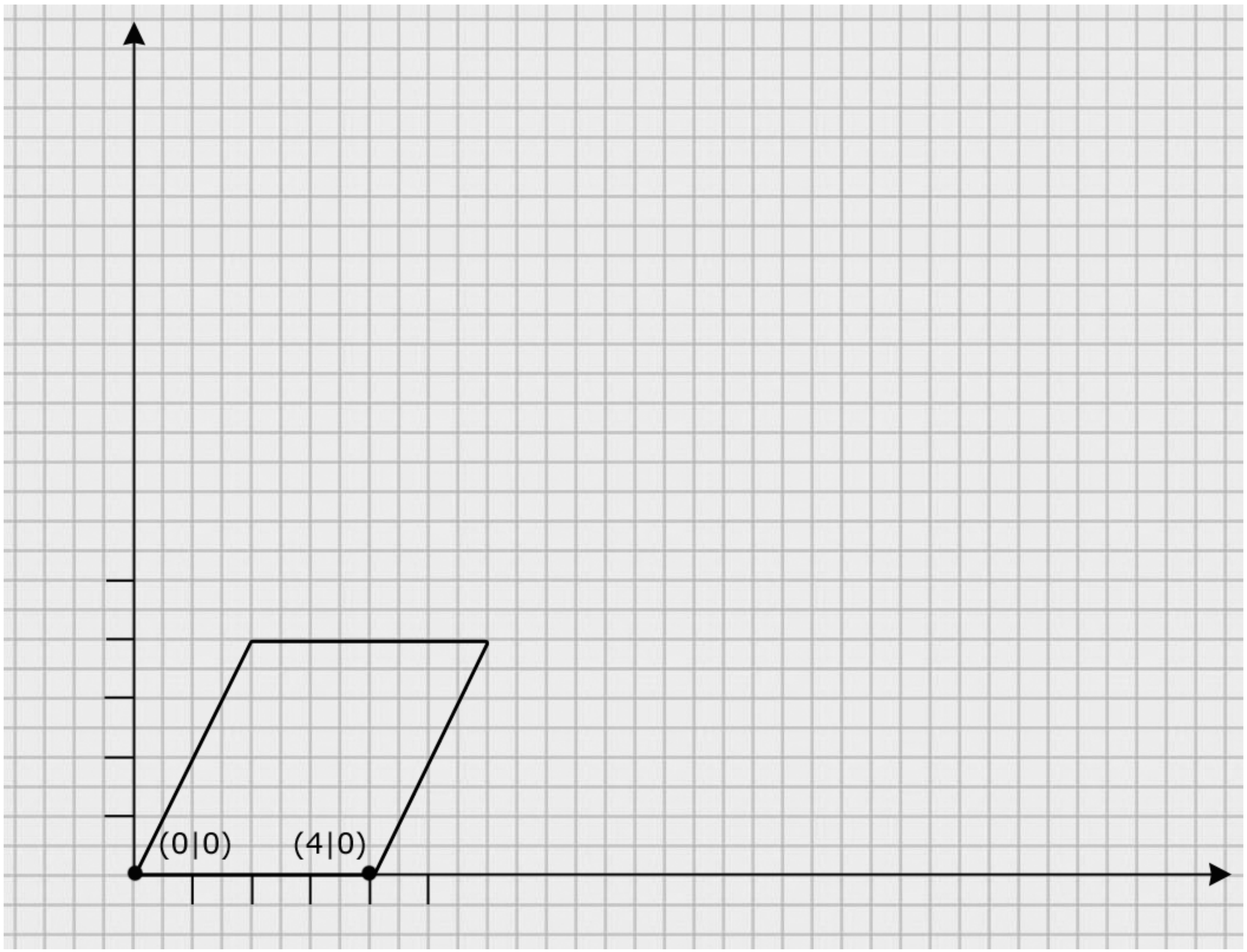
Aufgabe 3



Translation

- Vektoraddition
- Hier: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ neu = $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3

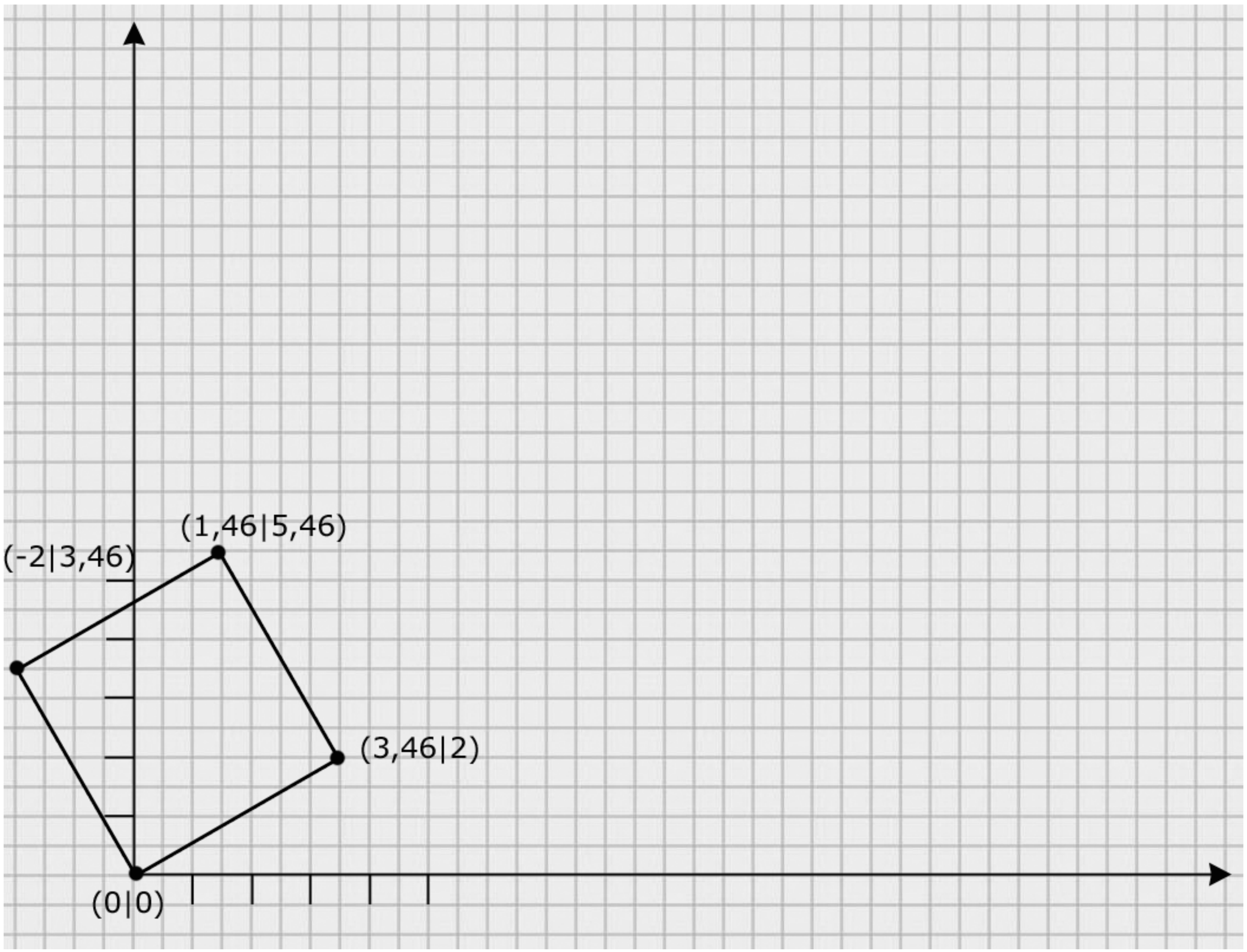


Scherung (parallel zur x-Achse)

Transformationsmatrix: $\begin{pmatrix} 1 & s_x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- Hier: $S_x = 0{,}5$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Aufgabe 3

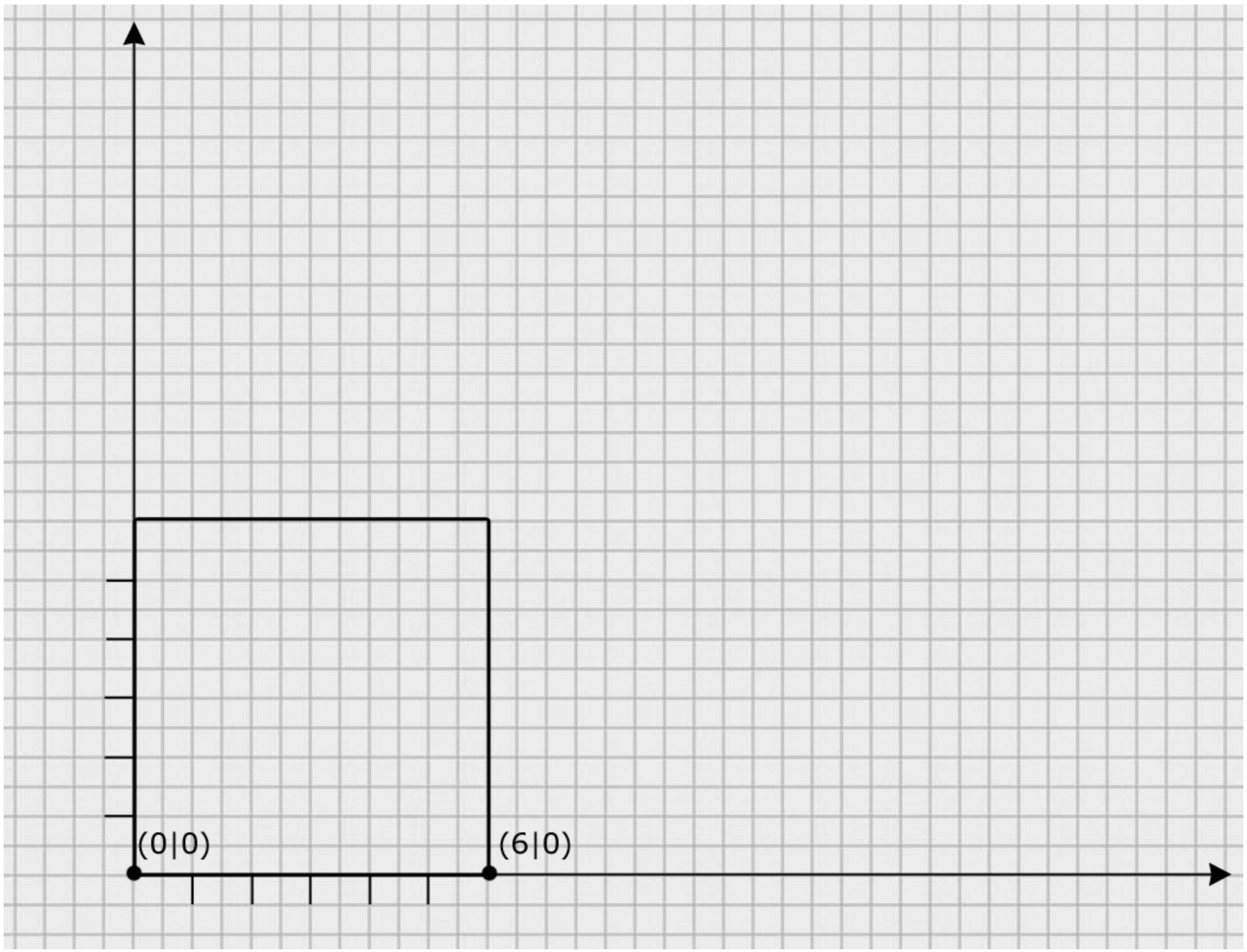


Rotation

Transformationsmatrix: $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$

- Hier: $\alpha = 30°$
- $\begin{pmatrix} \cos(30°) & -\sin(30°) \\ \sin(30°) & \cos(30°) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Aufgabe 3

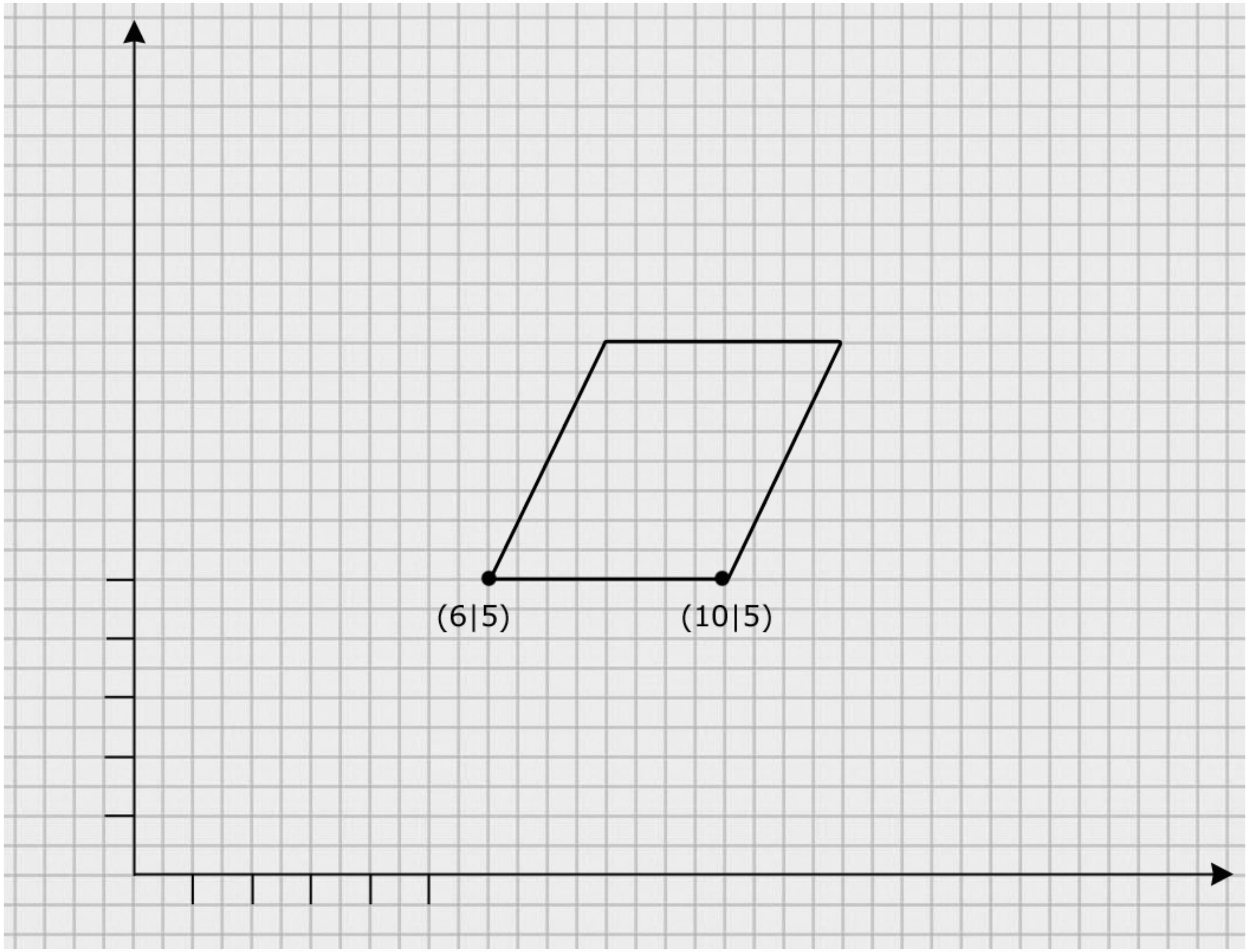


Skalierung

Transformationsmatrix:$\begin{pmatrix} a1 & 0 \\ 0 & a2 \end{pmatrix}$

- Hier: a1 = a2 = 1,5
- $\begin{pmatrix} 1{,}5 & 0 \\ 0 & 1{,}5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Aufgabe 3



Scherung + Translation

Transformationsmatrix: $\begin{pmatrix} 1 & s_x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- Hier: $S_x = 0{,}5$
- Zusätzlich: Vektoraddition
- $\begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3-iii

Rechenvorschrift:

$(x,y)^{neu} = A*(x,y) + t$,

Wobei:

A = Transformationsmatrix (Einheitsmatrix wenn nur Translation erfolgt)

T = Vektor (Nullvektor wenn keine Translation erfolgt)

=> Affine Transformationen…