

# 2. Digitale Codierung und Übertragung

- 2.1 Informationstheoretische Grundlagen
- 2.2 Verlustfreie universelle Kompression
- 2.3 Digitalisierung, Digitale Medien



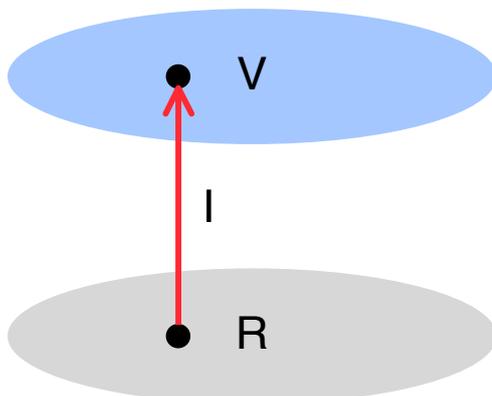
Weiterführende Literatur zum Thema Informationstheorie:

Taschenbuch Medieninformatik Kapitel 2

Herbert Klimant, Rudi Piotraschke, Dagmar Schönfeld:  
Informations- und Kodierungstheorie, Teubner 2003

## Information und Repräsentation

- $V$  = Menge von *Werten* (Interpretationen, Bedeutungen)
- $R$  = Menge von *Repräsentationen* (Darstellungswerten)
- Abbildung  
 $I : R \rightarrow V$      *Interpretation*
- Umkehrung zur Interpretation: *Repräsentationsbeziehung*  $I^{-1} : V \rightarrow R$



Klassische Beispiele:

$V$  = Zahlwerte,  $R$  = Binärzahlen

$V$  = Abbildungen,  $R$  = Programme

Hier betrachtete Beispiele:

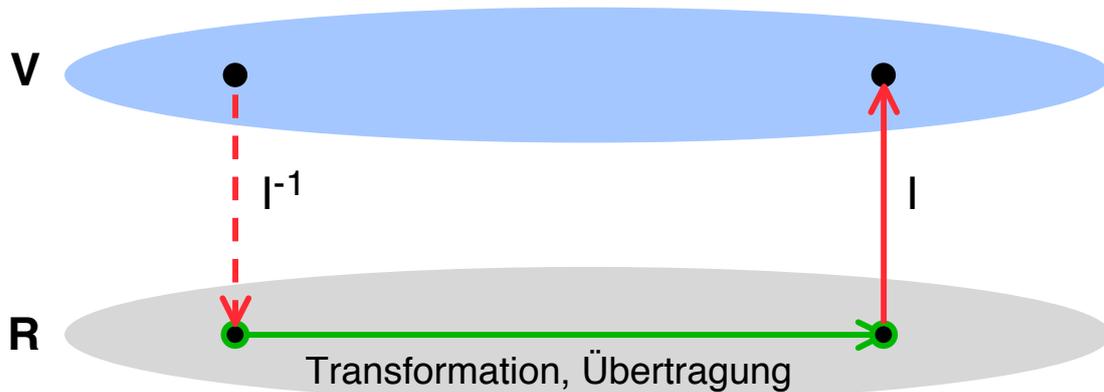
$V$  = textuelle Aussagen (z.B.)

$R$  = Bilder,  $R$  = Klänge, ...

(nach Broy: Informatik Teil I)

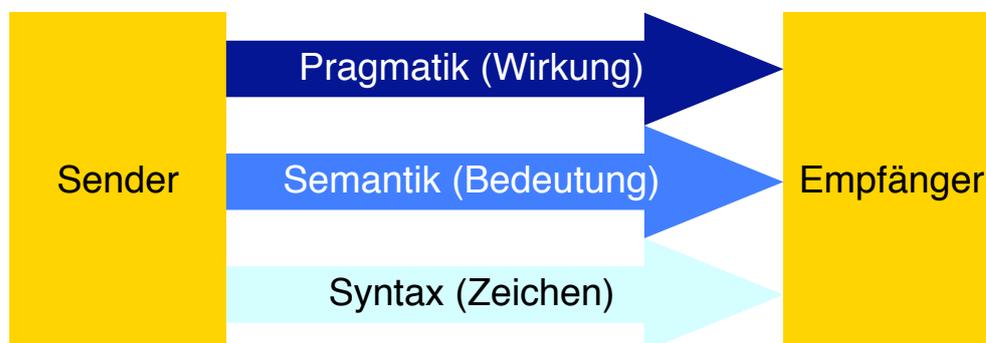
# Informationsverarbeitung

- Information ist ein abstrakter Begriff.
- Computer verarbeiten immer Repräsentationen.
- Informationsverarbeitung ist Repräsentationsverarbeitung.
- Medien sind spezielle Repräsentationen von Information.



## Semiotische Ebenen

- Semiotik = Theorie der Zeichen und Symbole
- Klassische Terminologie der Semiotik: Syntax, Semantik, Pragmatik



Bezug zur traditionellen Informatik:

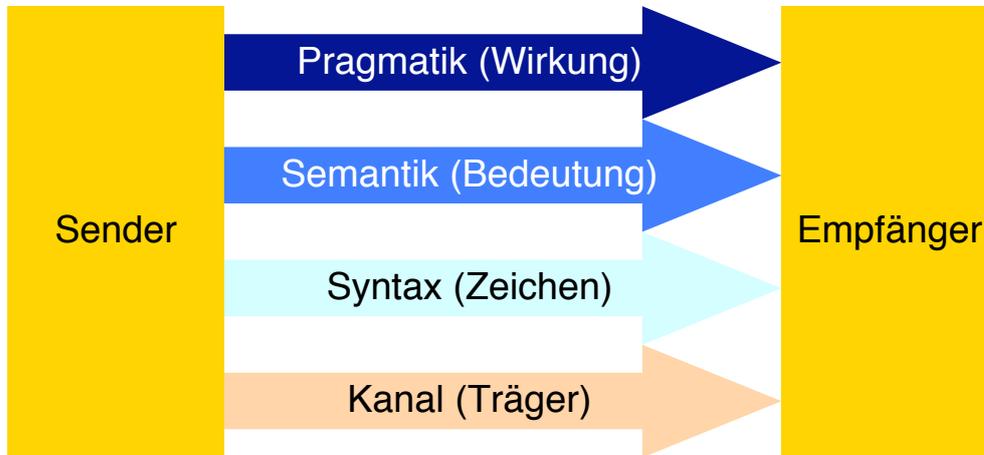
Syntax = Repräsentationen (Menge R)

Semantik = Informationsgehalt (Menge V)

Pragmatik wird als irrelevant angesehen

# Semiotische Ebenen in der Medieninformatik

- Für Medien müssen alle semiotischen Ebenen betrachtet werden.
  - Z.B. Wirkung eines Textes abhängig von der grafischen Darstellungsform (Farbe, Größe, Platzierung)



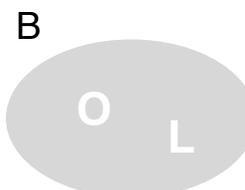
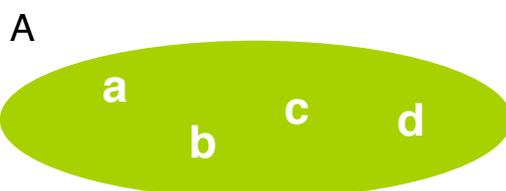
- Für die technische Realisierung sind Eigenschaften des physikalischen Trägers der Repräsentation ebenfalls wesentlich.
  - Z.B. Speicherbedarf, Frequenzspektrum

## Stochastische Informationstheorie: Zeichenvorräte und Codierung

- Ein *Zeichenvorrat* ist eine endliche Menge von *Zeichen*.
- Eine Nachricht (im Zeichenvorrat A) ist eine Sequenz von Zeichen aus A
- Seien A und B Zeichenvorräte.  
Eine *Codierung*  $c$  ist eine Abbildung von Nachrichten in A auf Nachrichten in B.

$$c: A \rightarrow B^* \quad (B^* : \text{Zeichenreihen über } B)$$

- Wir beschränken uns meist auf *binäre* Codierungen, d.h.  $B = \{ 0, 1 \}$
- Die *Informationstheorie* (nach *Shannon*) befasst sich mit Nachrichtenquellen auf der Ebene der Syntax aus *stochastischer* Sicht
  - Zeichen und zugehörige Codierung haben immer identische Interpretation



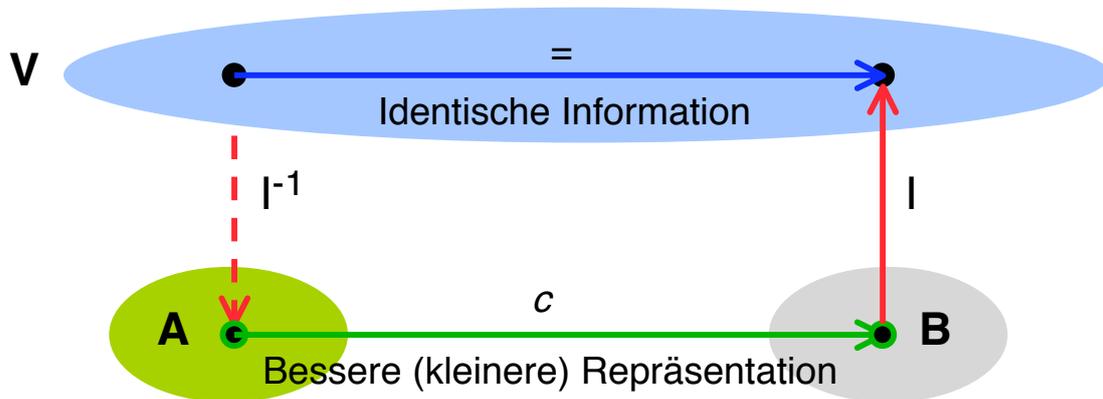
Beispiel:

abca  $\rightarrow$  00011000

ddc  $\rightarrow$  111110

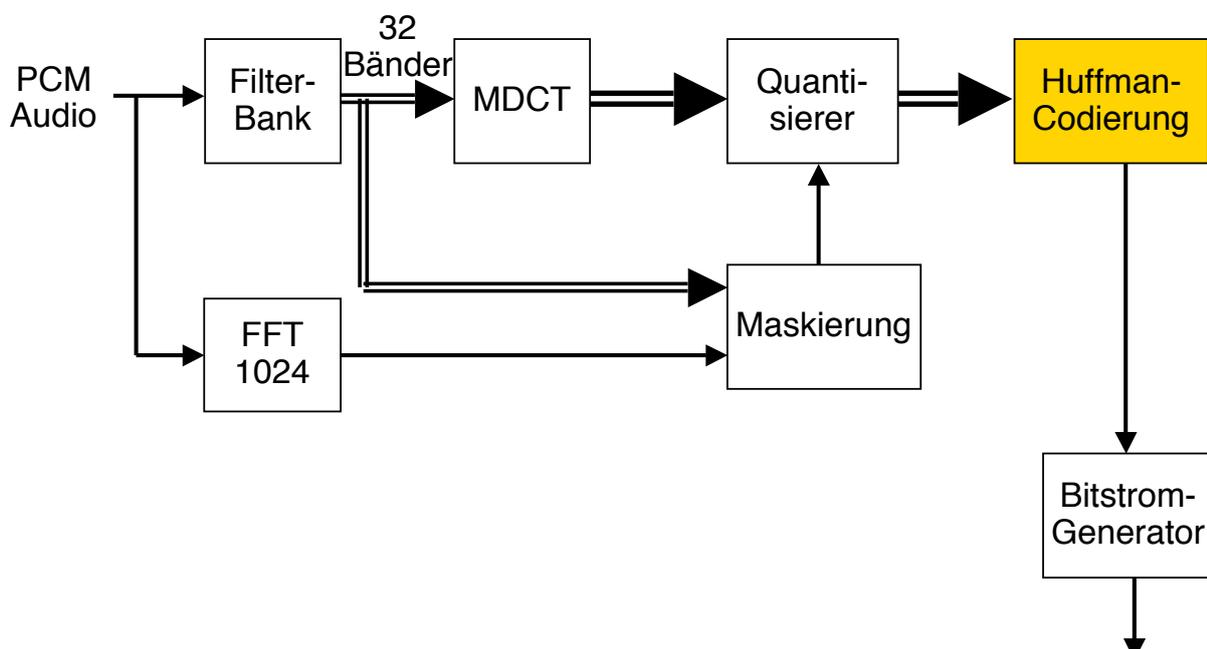
# Interpretation und Codierung

- Es gibt Codierungen verschiedener Effizienz für die gleiche Information.
- Die Informationstheorie betrachtet eine Informationsquelle nach Eigenschaften, die eine bessere (kürzere) Codierung erlauben.
- Informationsquelle wird durch einen Basiszeichenvorrat mit zusätzlichen Informationen (z.B. Häufigkeitsverteilung) erfasst.



## Einschub: Motivation für Informationstheorie

- Aufbau eines MPEG-Layer III (MP3) Encoders  
– Details siehe später!



# Entropie (1)

- Annahme *Stochastische Nachrichtenquelle*: Wir kennen die Häufigkeitsverteilung der Zeichen in den Nachrichten.
- *Entscheidungsgehalt (Entropie)* der Nachrichtenquelle:
  - Wie viele Ja/Nein-Entscheidungen entsprechen dem Auftreten eines Einzelzeichens?
  - Eine Ja/Nein-Entscheidung = 1 „bit“
- Beispiele:

Quelle 1	Zeichen $a$	A	B	C	D
	Häufigk. $p_a$	1	0	0	0
	$x_a$	0	-	-	-

Quelle 2	Zeichen $a$	A	B	C	D
	Häufigk. $p_a$	0.25	0.25	0.25	0.25
	$x_a$	2	2	2	2

$p_a =$  Häufigkeit

$x_a =$  Zahl der Entscheidungen

$2^{x_a} = 1/p_a$

$x_a = \text{ld}(1/p_a)$

(Logarithmus zur Basis 2)

# Entropie (2)

- *Durchschnittlicher Entscheidungsgehalt je Zeichen: Entropie H*

$$H = \sum_{a \in A} p_a \text{ld} \left( \frac{1}{p_a} \right)$$

mit  $x_a = \text{ld}(1/p_a)$ :  $H = \sum_{a \in A} p_a x_a$

Quelle 1	Zeichen $a$	A	B	C	D
	Häufigk. $p_a$	1	0	0	0
	$x_a$	0	-	-	-

Quelle 2	Zeichen $a$	A	B	C	D
	Häufigk. $p_a$	0.25	0.25	0.25	0.25
	$x_a$	2	2	2	2

Quelle 3	Zeichen $a$	A	B	C	D
	Häufigk. $p_a$	0.5	0.25	0.125	0.125
	$x_a$	1	2	3	3

$H = 0$

$H = 2$

$H = 1.75$

Entropie ist Maß für „Unordnung“, „Zufälligkeit“

# Wortlängen und Redundanz

- Eine (Binär-)Codierung der Nachrichten einer stochastischen Nachrichtenquelle ergibt eine *durchschnittliche Wortlänge*  $L$ .

$$L = \sum_{a \in A} p_a |c(a)|$$

Quelle 2	Zeichen $a$	A	B	C	D
	Häufigk. $p_a$	0.25	0.25	0.25	0.25
	Code $c(a)$	00	01	10	11

$$H = 2$$

$$L = 2$$

Quelle 3	Zeichen $a$	A	B	C	D
	Häufigk. $p_a$	0.5	0.25	0.125	0.125
	Code $c(a)$	00	01	10	11

$$H = 1.75$$

$$L = 2$$

- **Redundanz =  $L - H$**
- Redundanz ist ein Maß für die Güte der Codierung: möglichst klein!

## Optimale Codierung

- Eine Codierung ist *optimal*, wenn die Redundanz 0 ist.
- Durch geeignete Codierung (z.B. Wortcodierung statt Einzelzeichencodierung) kann man die Redundanz beliebig niedrig wählen.
- Redundanz ermöglicht andererseits die Rekonstruktion fehlender Nachrichtenteile!
  - Beispiel: Natürlich Sprach
  - Beispiel: Fehlererkennende und -korrigierende Codes (z.B. Paritätsbits)

Quelle 3	Zeichen $a$	A	B	C	D
	Häufigk. $p_a$	0.5	0.25	0.125	0.125
	Code $c(a)$	00	01	10	11

$$H = 1.75$$

$$L = 2$$

Quelle 3	Zeichen $a$	A	B	C	D
	Häufigk. $p_a$	0.5	0.25	0.125	0.125
	Code $c'(a)$	0	10	110	111

$$H = 1.75$$

$$L = 1.75$$

## 2. Digitale Codierung und Übertragung

- 2.1 Informationstheoretische Grundlagen
- 2.2 Verlustfreie universelle Kompression
- 2.3 Digitalisierung



Weiterführende Literatur zum Thema Kompression:

Taschenbuch Medieninformatik Kapitel 2

Herbert Klimant, Rudi Piotraschke, Dagmar Schönfeld:  
Informations- und Kodierungstheorie, Teubner 2003

Khalid Sayood: Introduction to Data Compression, 2nd. ed.,  
Morgan Kaufmann 2000

## Darstellungsräume, Darstellungswerte

- Jedes (Einzel-)Medium definiert einen Darstellungsraum (= Menge der möglichen Repräsentationen  $R$ ).
- Eine konkrete Repräsentation einer Information ist ein Darstellungswert innerhalb des Darstellungsraums.
- Für Perzeptionsmedien:
  - Ein Darstellungsraum richtet sich an einen bestimmten Sinn des Menschen.
- Beispiele:
  - Text: Darstellungsraum = Menge aller möglichen Zeichenfolgen
  - Bild: Darstellungsraum = Menge aller möglichen Belegungen der Wiedergabefläche mit Farbinformationen
  - Sprache: Darstellungsraum = (sehr spezifische und komplexe) Teilmenge der möglichen Verteilungen von Luftdruck über die Zeitachse

# Speicherbedarf multimedialer Information

- Bsp. Schrift
  - Laufschrift (8 bit/Zeichen, 40 Zeichen/s): 320 bit/s
- Bsp. Audio-Signale
  - Sprachsignal niedriger Qualität (Mono, 8 bit, 11 kHz): 88 kbit/s
  - CD-Qualität (Stereo, 16 bit, 44,1 kHz): 1,4 Mbit/s
- Bsp. Bilder (9x13cm = 1062x1536 Pixel)
  - Schwarz/weiß (1 bit Farbtiefe): 200 kByte
  - TrueColor (24 bit Farbtiefe): 4,9 MByte
- Bsp. Video (ohne Ton)
  - 720 x 525 Pixel, 25 Bilder/s, 16 bit Farbtiefe: 151,2 Mbit/s
  - 1280 x 720 Pixel, 60 Bilder/s, 24 bit Farbtiefe: 1,32 Gbit/s
- **Kompression** der Information ist extrem wichtig!

Pixel= Bildpunkt

## Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
  - Universell vs. speziell (für bestimmte Informationstypen)
  - Verlustfrei vs. verlustbehaftet
  - In diesem Kapitel: nur universelle & verlustfreie Verfahren
- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
  - Statistische Verfahren:
    - » Huffman-Codierung 
    - » Arithmetische Codierung
  - Zeichenorientierte Verfahren:
    - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
    - » LZW-Codierung

# Grundidee zur Huffman-Codierung

- Zeichen größerer Häufigkeit werden durch kürzere Codes repräsentiert
  - vgl. Morse-Code
- Das führt zu einem *Code variabler Wortlänge*:
  - Kein Codewort darf Anfang eines anderen sein (*Fano-Bedingung*)
- In optimalem Code müssen die beiden Symbole der niedrigsten Häufigkeit mit gleicher Länge codiert sein.

"Beweis"-Skizze:

- Wären die Längen verschieden, könnte man das längere Wort bei der Länge des kürzeren abschneiden
  - » Dann sind die beiden Codes verschieden (sonst wäre Fano-Bedingung vorher verletzt gewesen)
  - » Kein anderes Codewort kann länger sein (da Zeichen niedrigster Wahrscheinlichkeit), also kann die Kürzung nicht die Fano-Bedingung verletzen
- Dann hätten wir einen neuen Code mit kleinerer durchschnittlicher Wortlänge!

## Huffman-Codierung (1)

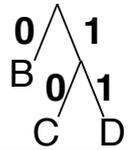
- Gegeben: Zeichenvorrat und Häufigkeitsverteilung
- Ergebnis: Codierung (optimal, wenn alle Häufigkeiten Kehrwerte von Zweierpotenzen sind)
- Wiederholte Anwendung dieses Schritts auf die Häufigkeitstabelle:
  - Ersetze die beiden Einträge niedrigster Häufigkeit durch einen Codebaum mit zwei Ästen „0“ und „1“ und trage die Summe der Häufigkeiten als Häufigkeit dafür ein.

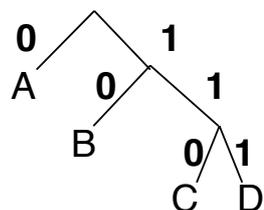
Zeichen	A	B	C	D
Häufigkeit	0.5	0.25	0.125	0.125

Zeichen	A	B		
Häufigkeit	0.5	0.25	0.25	

## Huffman-Codierung (2)

Zeichen	A	B	
Häufigkeit	0.5	0.25	0.25

Zeichen	A	
Häufigkeit	0.5	0.5



Resultierender  
Codebaum

## Huffman-Codierung (3)

- Eine Nachricht, die sich an die gegebene Häufigkeitsverteilung hält:  
ababacadaabacdba (Länge = 16 Zeichen)
- Codierung mit festen Wortlängen  
(z.B. a = 00, b = 01, c = 10, d = 11)  
Länge 32 bit
- Huffman-Codierung  
( a = 0, b = 10, c = 110, d = 111)  
0100100110011100100110111100  
Länge 28 bit (d.h. ca. 12.5% Reduktion)

# Experiment: Huffman-Kompression von Bildern

- Grautonbild, 256 x 256 Pixel, 8 bit (d.h. 256 Graustufen)
- Unkomprimiert: 65.536 Bytes
- Mit Huffman kodiert: 40.543 Bytes ca. 38% Reduktion
- Einfacher "Zusatztrick":
  - *Differenz* zwischen benachbarten Pixeln speichern und Huffman dann anwenden  
33.880 Bytes ca. 51% Reduktion
  - Keine universelle Kompression mehr, sondern speziell für Pixelbilder
  - Solche "semantischen Kodierungen" siehe später!