

Computergrafik 2: Morphologische Operationen

Prof. Dr. Michael Rohs, Dipl.-Inform. Sven Kratz

michael.rohs@ifi.lmu.de

MHCI Lab, LMU München

Folien teilweise von Andreas Butz, sowie von Klaus D. Tönnies
(Grundlagen der Bildverarbeitung. Pearson Studium, 2005.)

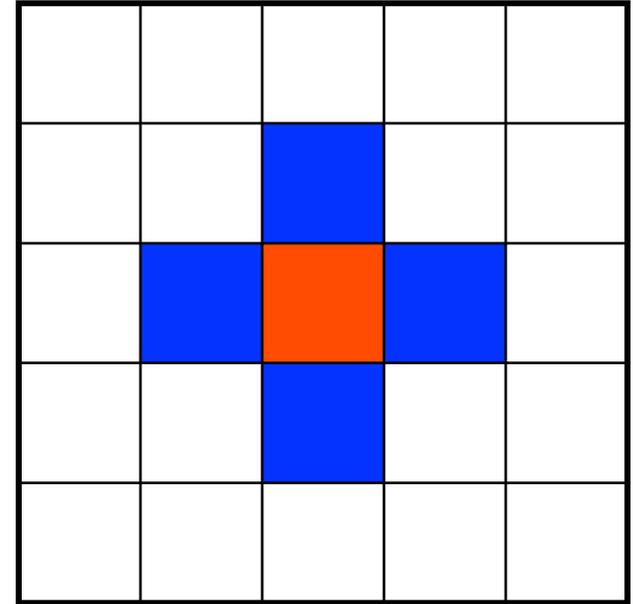
Vorlesungen

Datum	Thema
24.4.	Einführung, Organisatorisches (Übungen, Klausur)
1.5./8.5.	keine Vorlesungen (wegen 1. Mai und CHI-Konferenz)
15.5.	Abtastung von Bildern, Punktbasierte Verfahren der Bildverbesserung
22.5.	Licht, Farbe, Farbmanagement
30.5.	Konvolution, Filterung im Ortsraum (Verschiebung wegen Pfingstdienstag)
5.6.	Fouriertransformation: Grundlagen
12.6.	Filterung im Frequenzraum
19.6.	Kanten, Linien, Ecken
27.6.	Segmentierung
3.7.	Segmentierung, Morphologische Operationen
10.7.	Klassifikation
17.7.	Image Matching
24.7.	Klausur (Hörsaal M 018 im Hauptgebäude, 14-16 Uhr)

Themen heute

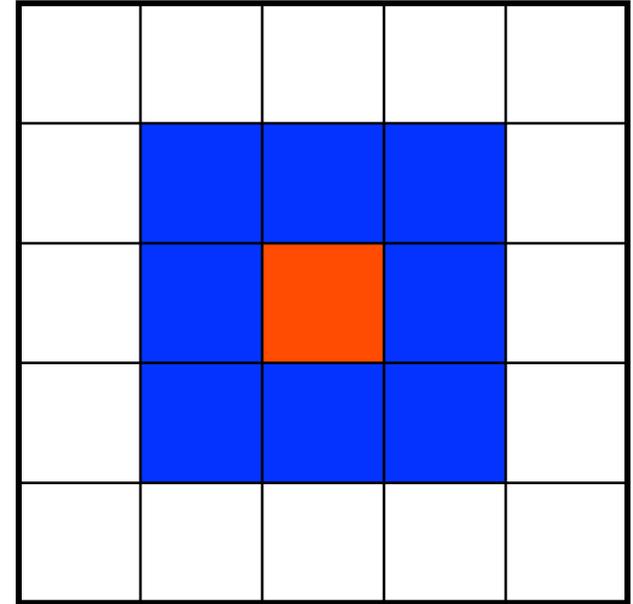
- Morphologische Operationen
 - Erosion und Dilatation
 - Opening und Closing
 - Ränder und Distanzen
 - Hit-or-Miss-Operator
 - Skelettierung

4-Nachbarschaft



- 2 Pixel sind 4-benachbart wenn:
 - Sich genau eine ihrer Koordinaten (entweder x oder y) um genau 1 unterscheiden

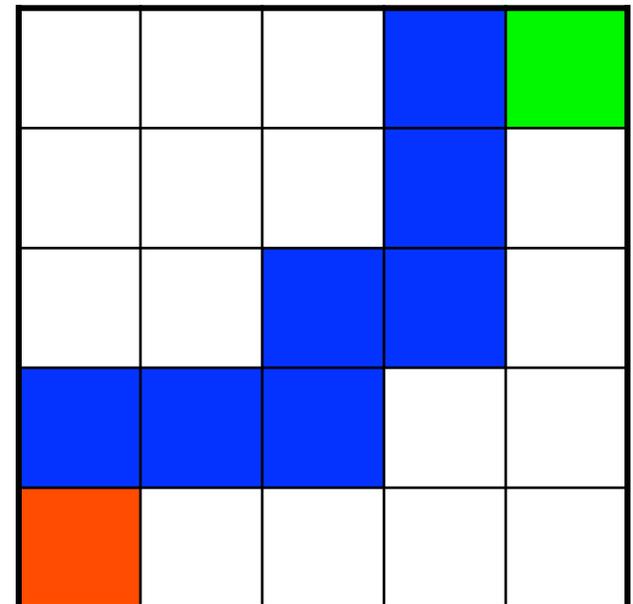
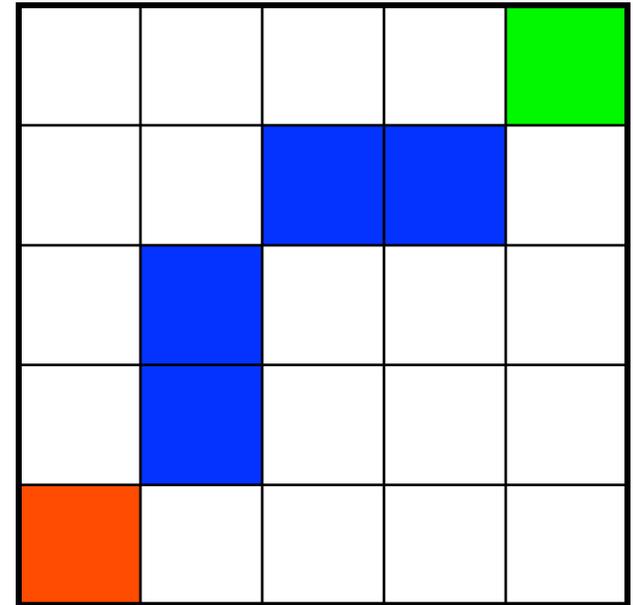
8-Nachbarschaft



- 2 Pixel sind 8-benachbart wenn:
 - Sie verschieden sind
 - Sich ihre beiden Koordinaten (x und/oder y) um maximal je 1 unterscheiden

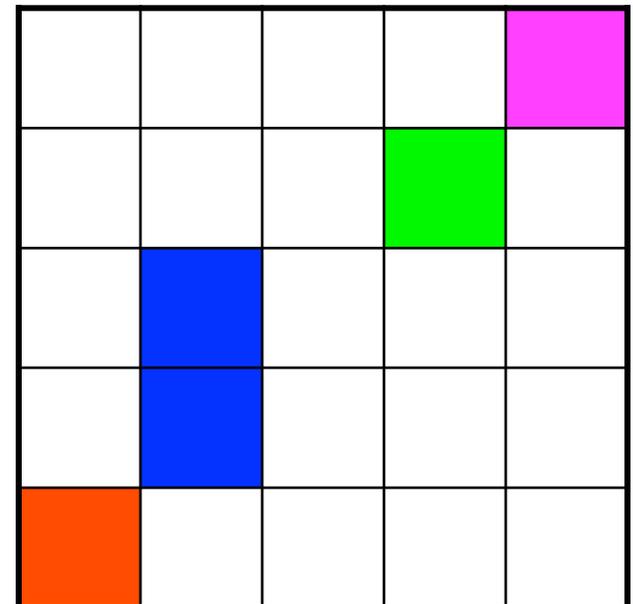
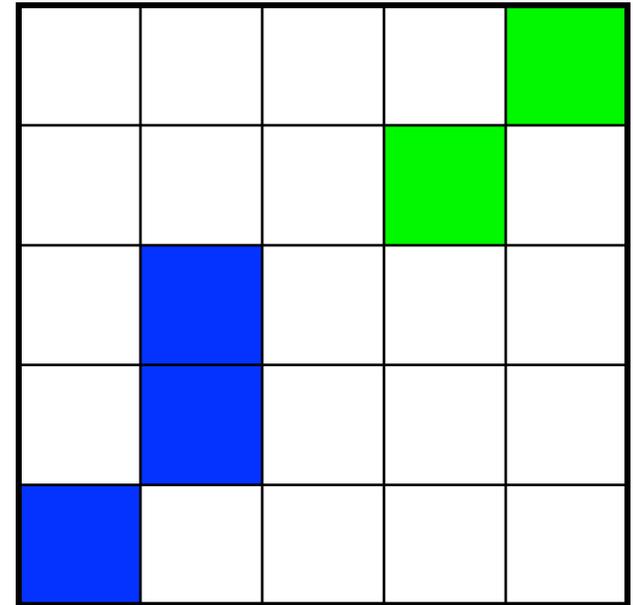
Pfade zwischen Pixeln

- Pfad = Folge von Pixeln $(x_1, y_1) \dots (x_n, y_n)$ für die gilt:
 (x_i, y_i) und (x_{i+1}, y_{i+1})
sind 8- bzw. 4-Nachbarn
- 2 Pixel sind pfadverbunden, falls ein Pfad zwischen ihnen existiert
- Pfadverbundenheit ist eine Äquivalenzrelation
 - reflexiv
 - symmetrisch
 - transitiv



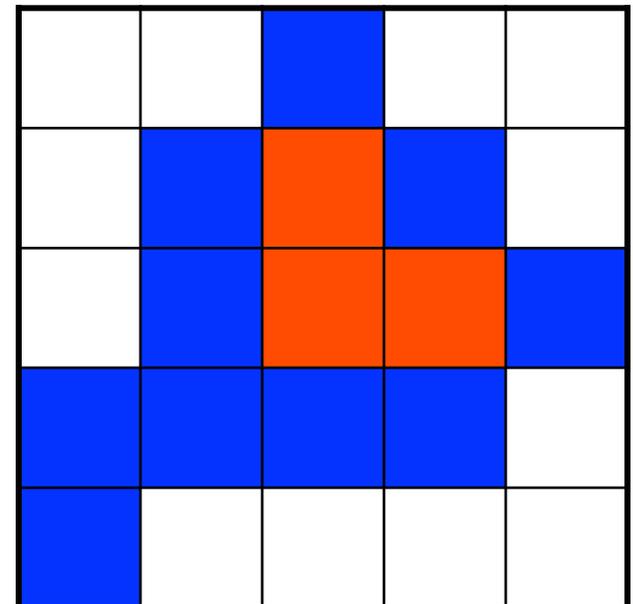
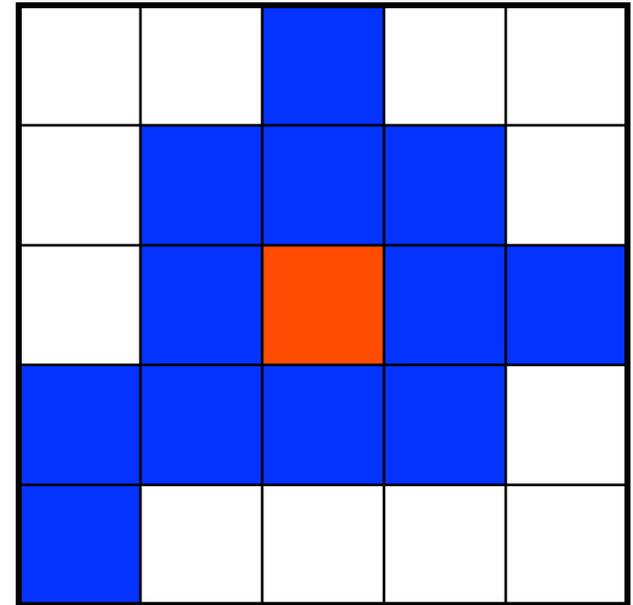
Zusammenhangsbereiche

- Äquivalenzklassen bzgl. Pfadverbundenheit
- Alle Punkte eines Zusammenhangsbereichs sind untereinander pfadverbunden
- 4-Nachbarschaft liefert andere Zusammenhangsbereiche als 8-Nachbarschaft



Innere und Randpunkte

- Ein **Randpunkt** ist einem weissen Punkt benachbart
- Ein **innerer Punkt** nicht
- 4-Nachbarschaft liefert andere Randpunkte als 8-Nachbarschaft



Morphologische Operationen

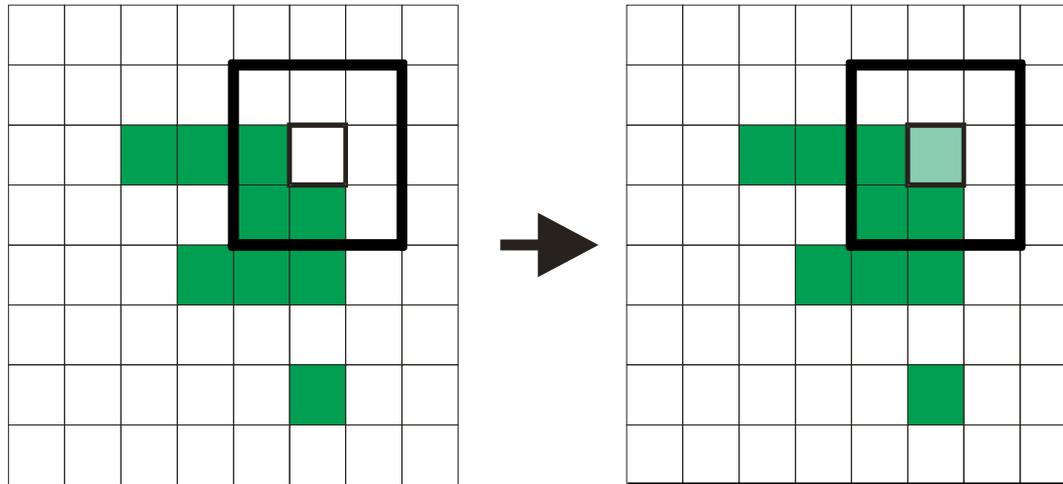
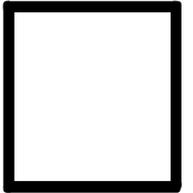
- morphologisch: die äußere **Gestalt** betreffend
- morphologische Operationen
 - Operationen auf der **Gestalt** von Objekten
 - setzt die **Extraktion** einer **Gestalt** voraus
 - also: in erster Linie **Operation** auf **Segmenten** (d.h., auf **Binärbildern**)
- **Ziel** von **morphologischen Operationen**
 - **Veränderung** der **Gestalt**, um **Störungen** nach einer **Segmentierung** zu **beseitigen**
 - **Berechnung** von **Formmerkmalen**
 - **Suche** nach **bestimmten Formen** (also: **Analyse**)

Dilatation

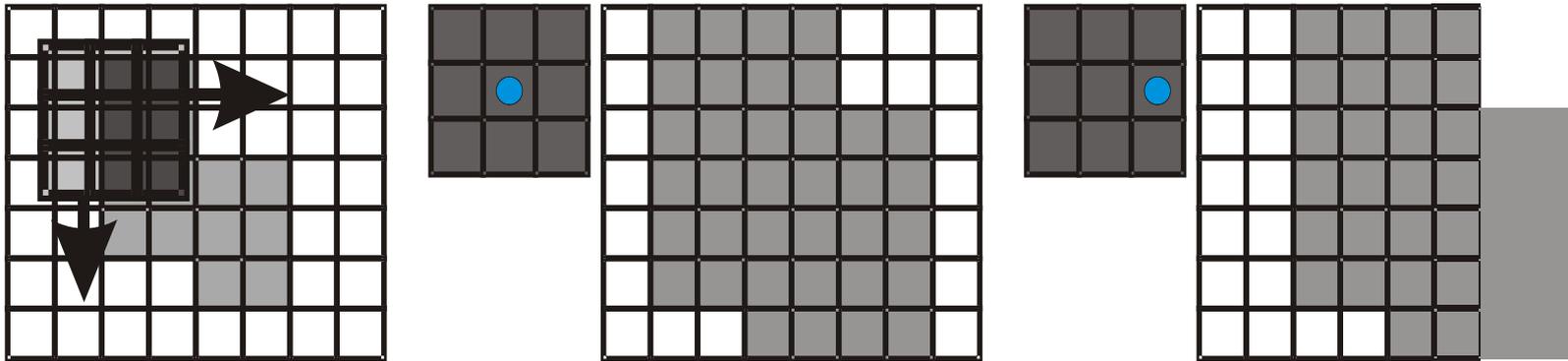
Dilatation (Ausdehnung): $G \oplus S$ mit Strukturelement S

„oder“

$$g(m, n) = \bigvee_{(m_k, n_k) \in S} b(m + m_k, n + n_k)$$



Dilatation



Dilatation wird (wie jede morphologische Operation) für einen **Ankerpunkt** ausgeführt.

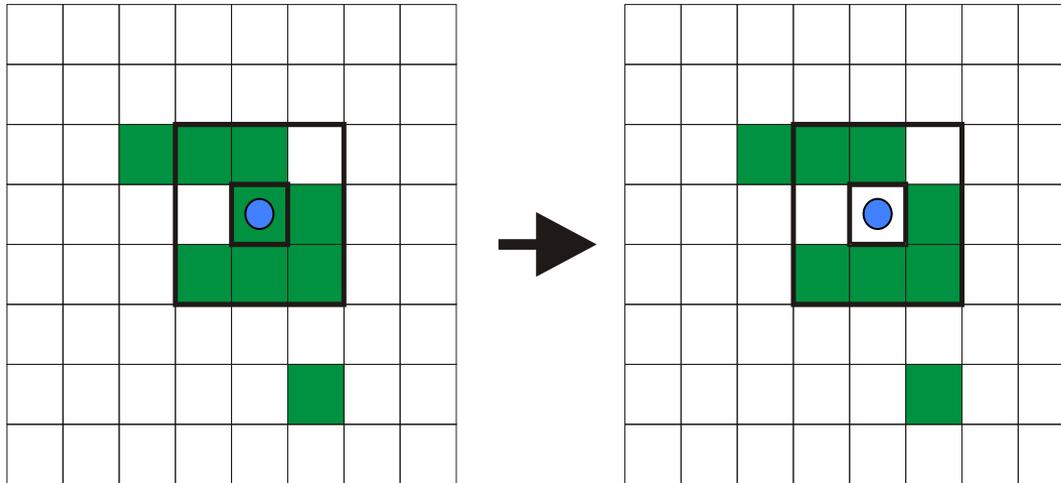
Dilatation:

- verbindet Strukturen
- füllt Löcher
- vergrößert

Erosion

„und“

$$g(m, n) = \bigwedge_{(m_k, n_k) \in S} b(m + m_k, n + n_k)$$



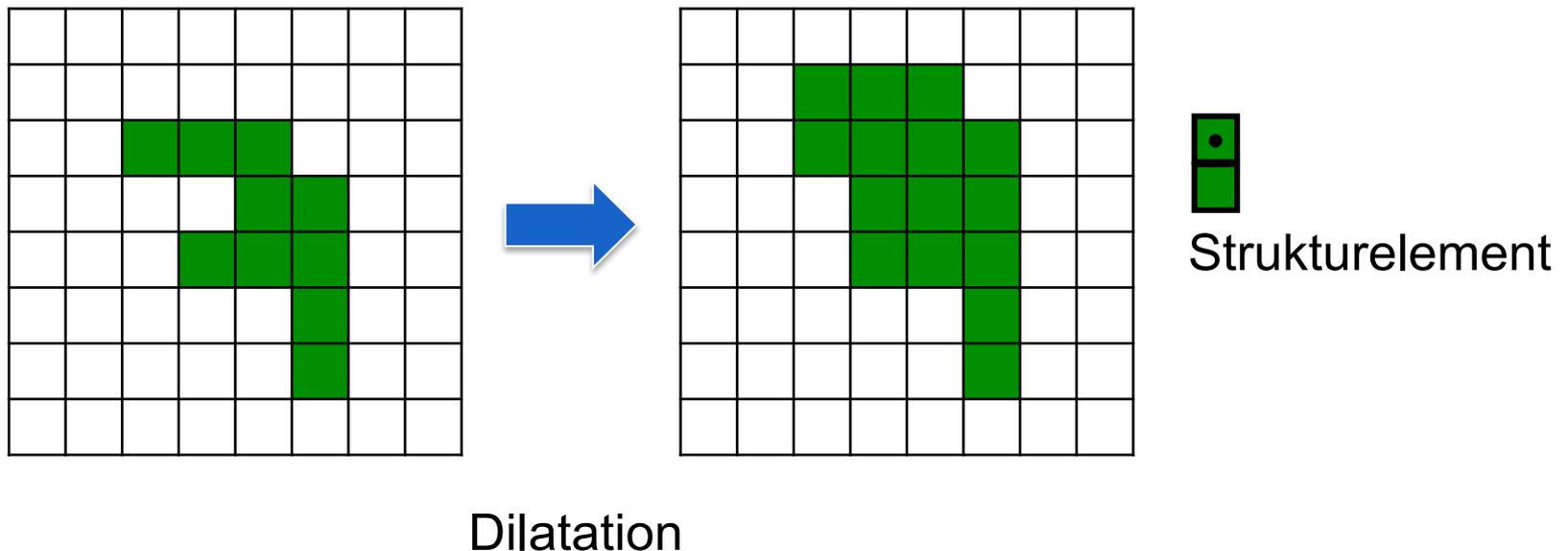
Erosion: $G \ominus S$ mit
Strukturelement S

Erosion:

- löst Strukturen auf
- entfernt Details
- verkleinert

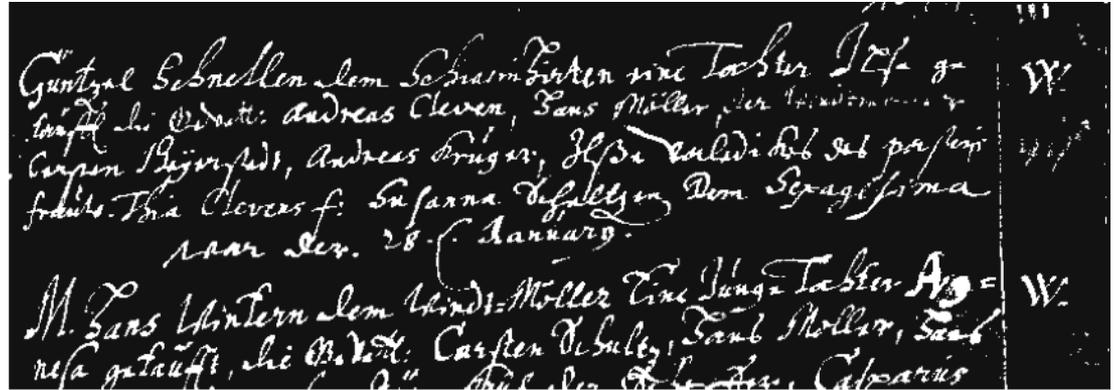
Strukturelemente

- Ein Strukturelement einer morphologischen Operation entspricht dem Faltungskern bei einer Konvolution
- Mit einem gezielt geformten Strukturelement können genau definierte Formveränderungen erzeugt werden

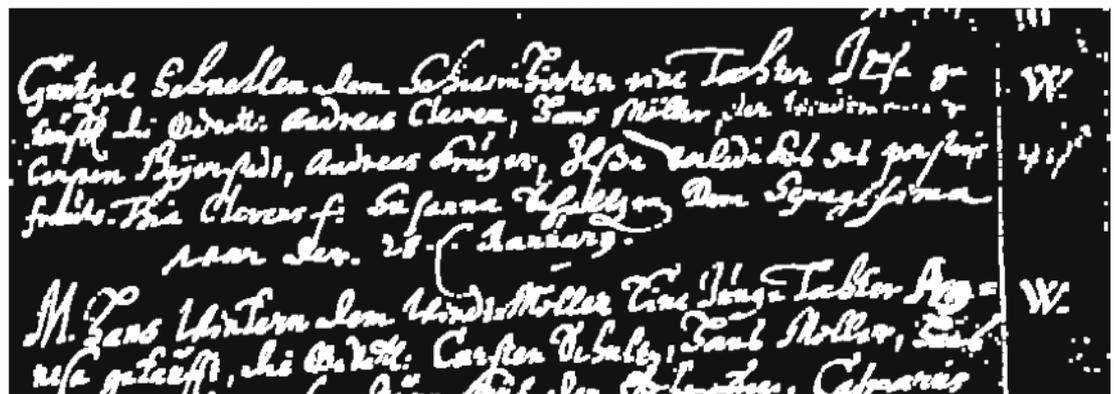


Beispiel

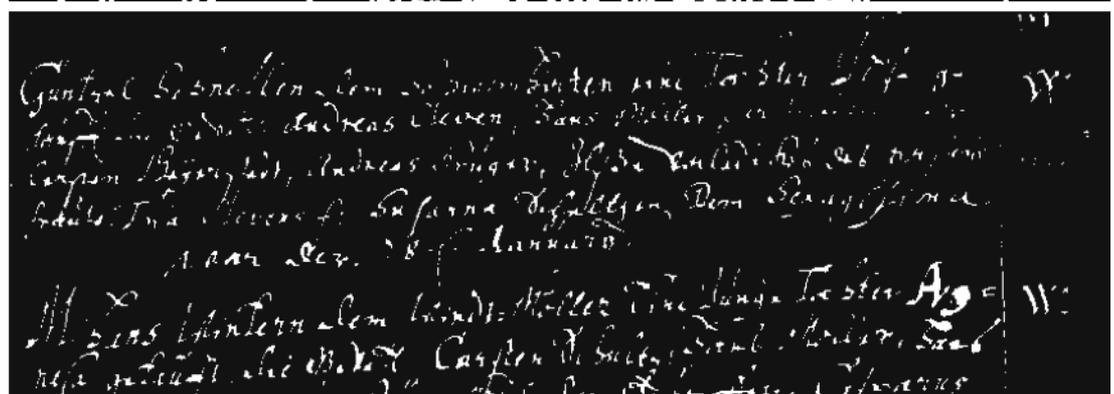
Binärbild



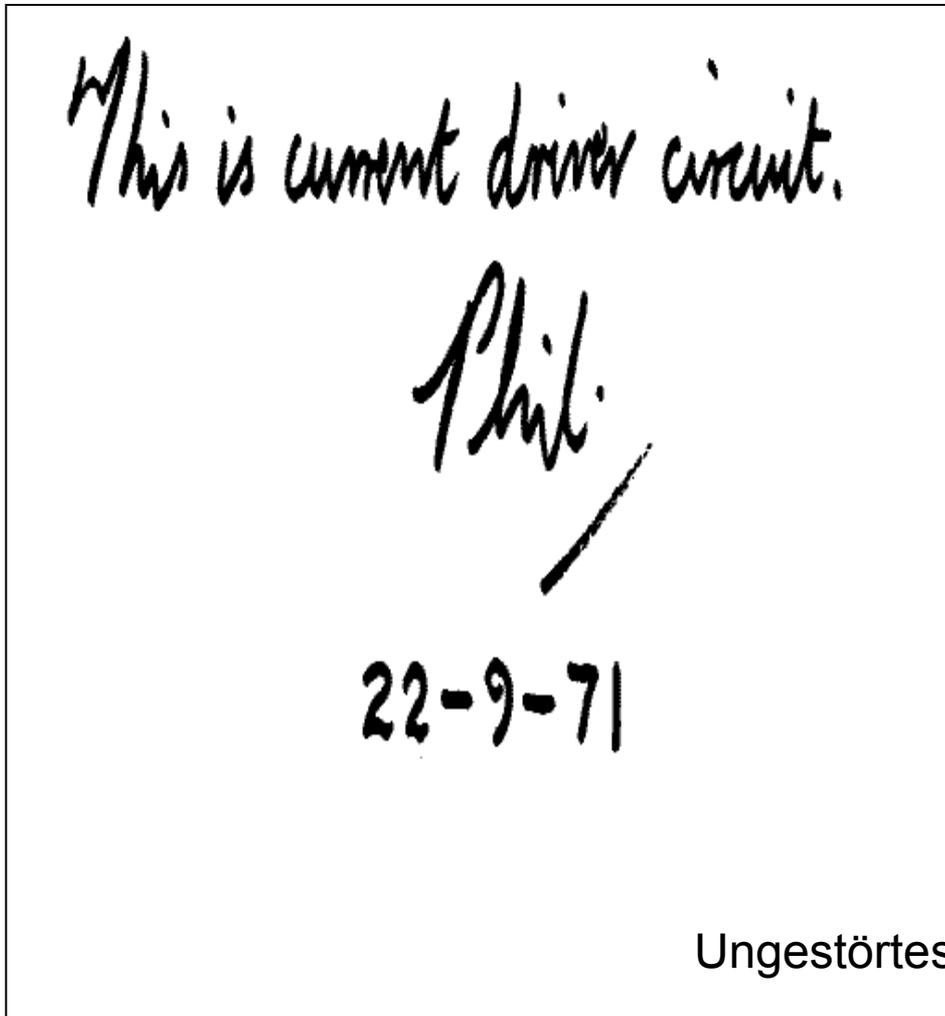
Dilatation



Erosion

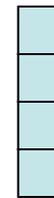
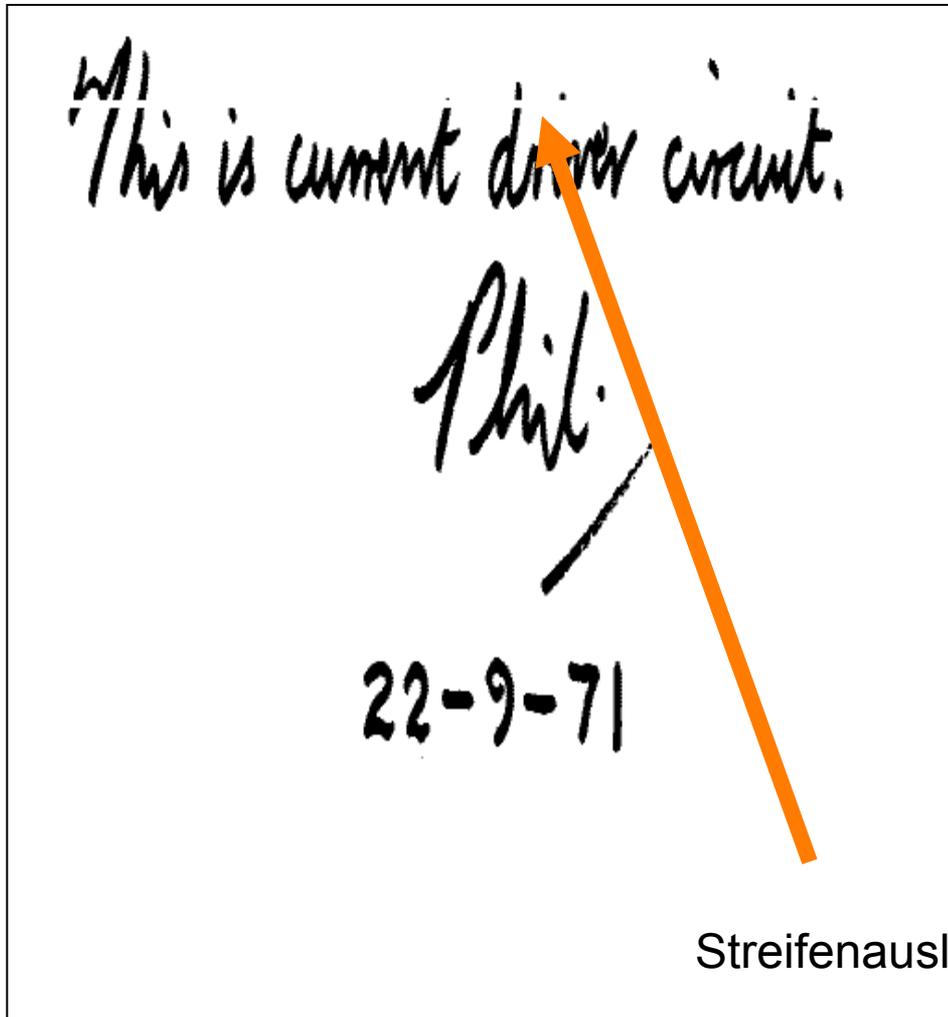


Gezielter Einsatz



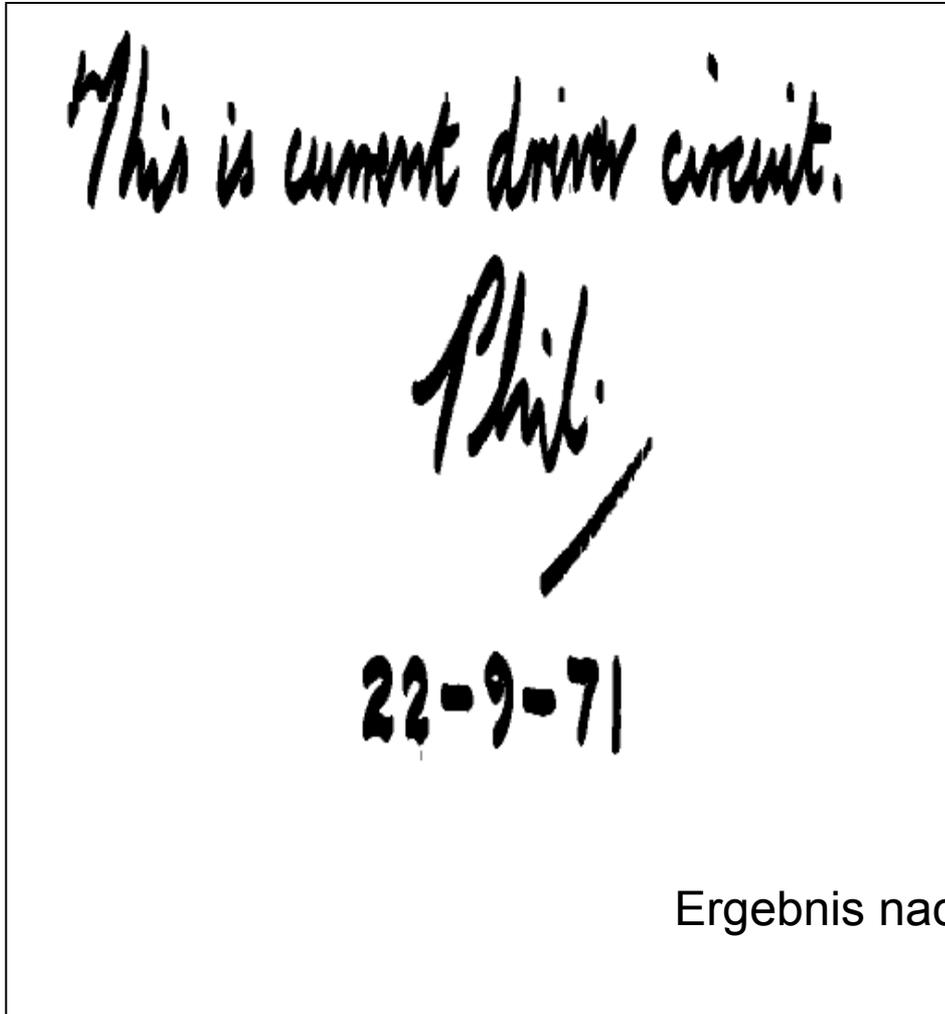
Ungestörtes Binärbild

Gezielter Einsatz

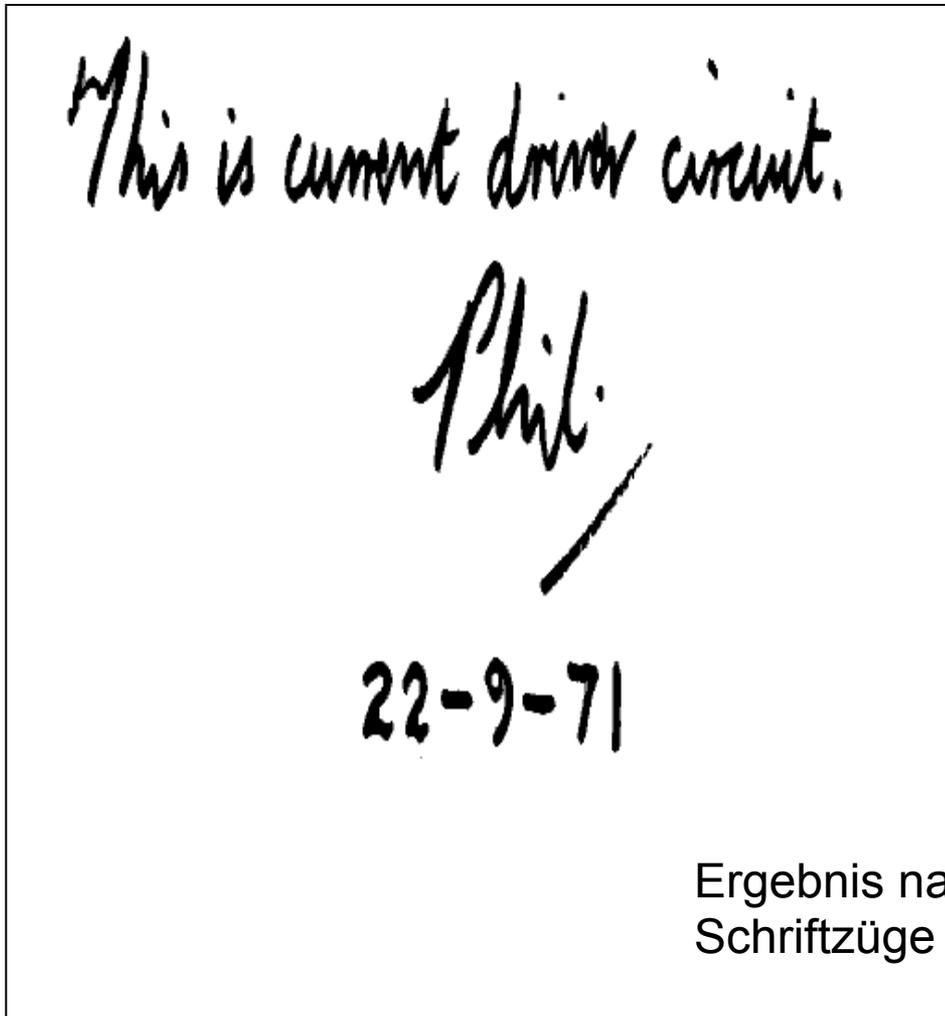


Strukturelement zum
Schließen des Streifens

Gezielter Einsatz



Gezielter Einsatz



Einige Eigenschaften morphologischer Operatoren

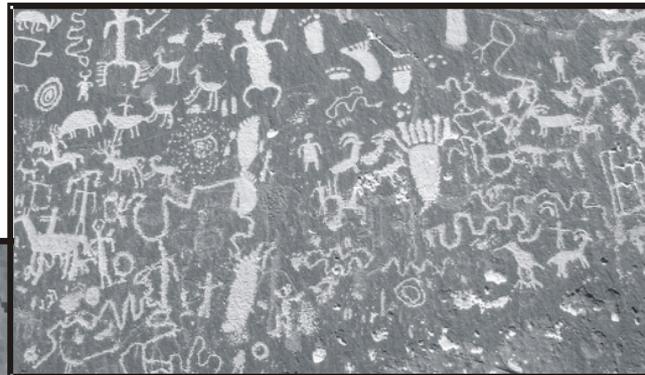
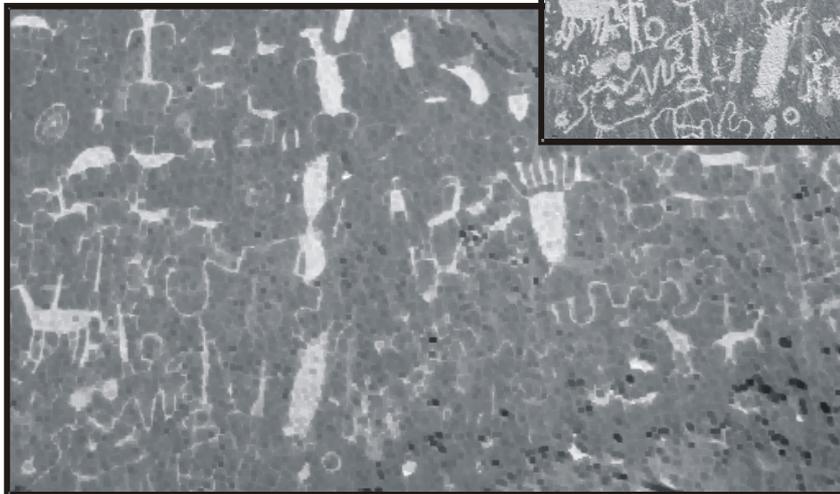
- **Verschiebungsinvarianz:** Wegen der Beschreibung von Erosion/Dilatation als Faltung sind beide Operationen genau wie eine Faltung verschiebungsinvariant
- **Kommutativität und Assoziativität:** $M_1 \oplus M_2 = M_2 \oplus M_1$
aber $M_1 \ominus M_2 \neq M_2 \ominus M_1$
es gilt jedoch $(G \ominus M_1) \ominus M_2 = G \ominus (M_1 \ominus M_2) = (G \ominus M_2) \ominus M_1$
- **Dualität:** $\overline{G \ominus M} = \overline{G \oplus \overline{M}}$ und $\overline{G \oplus M} = \overline{G \ominus \overline{M}}$

Morphologische Operationen auf Grauwertbildern

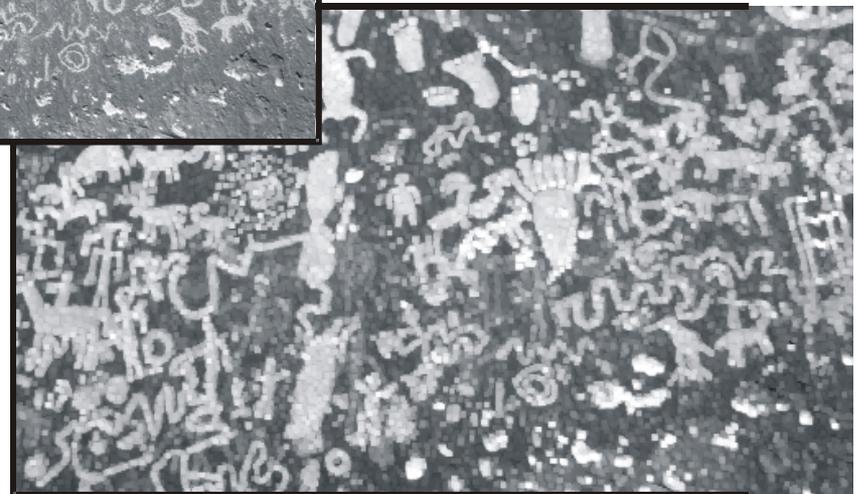
$$g(m, n) = \max_{(m_k, n_k) \in S} (b(m + m_k, n + n_k))$$

$$g(m, n) = \min_{(m_k, n_k) \in S} (b(m + m_k, n + n_k))$$

Erosion



Dilatation



Opening und Closing

Opening (Öffnen): Kombination von Erosion gefolgt von einer Dilatation mit dem am Ankerpunkt gespiegelten Strukturelement S'

$$G \circ S = (G \ominus S) \oplus S'$$

- Ziel:
- | | |
|------------|---|
| Erosion | - Entfernung aller (Teil-)strukturen, die kleiner als das Strukturelement sind |
| Dilatation | - Wiederherstellung der ursprünglichen Größe des Objekts mit Ausnahme der vollständig entfernten Teilstrukturen |

Closing (Schließen): Kombination von Dilatation gefolgt von einer Erosion mit einem am Ankerpunkt gespiegelten Strukturelement S'

$$G \bullet S = (G \oplus S) \ominus S'$$

- Ziel:
- | | |
|------------|---|
| Dilatation | - Schließen von kleinen Löchern (kleiner als das Strukturelement) |
| Erosion | - Wiederherstellung der ursprünglichen Größe des Objekts |

Beispiele für Opening und Closing



Original

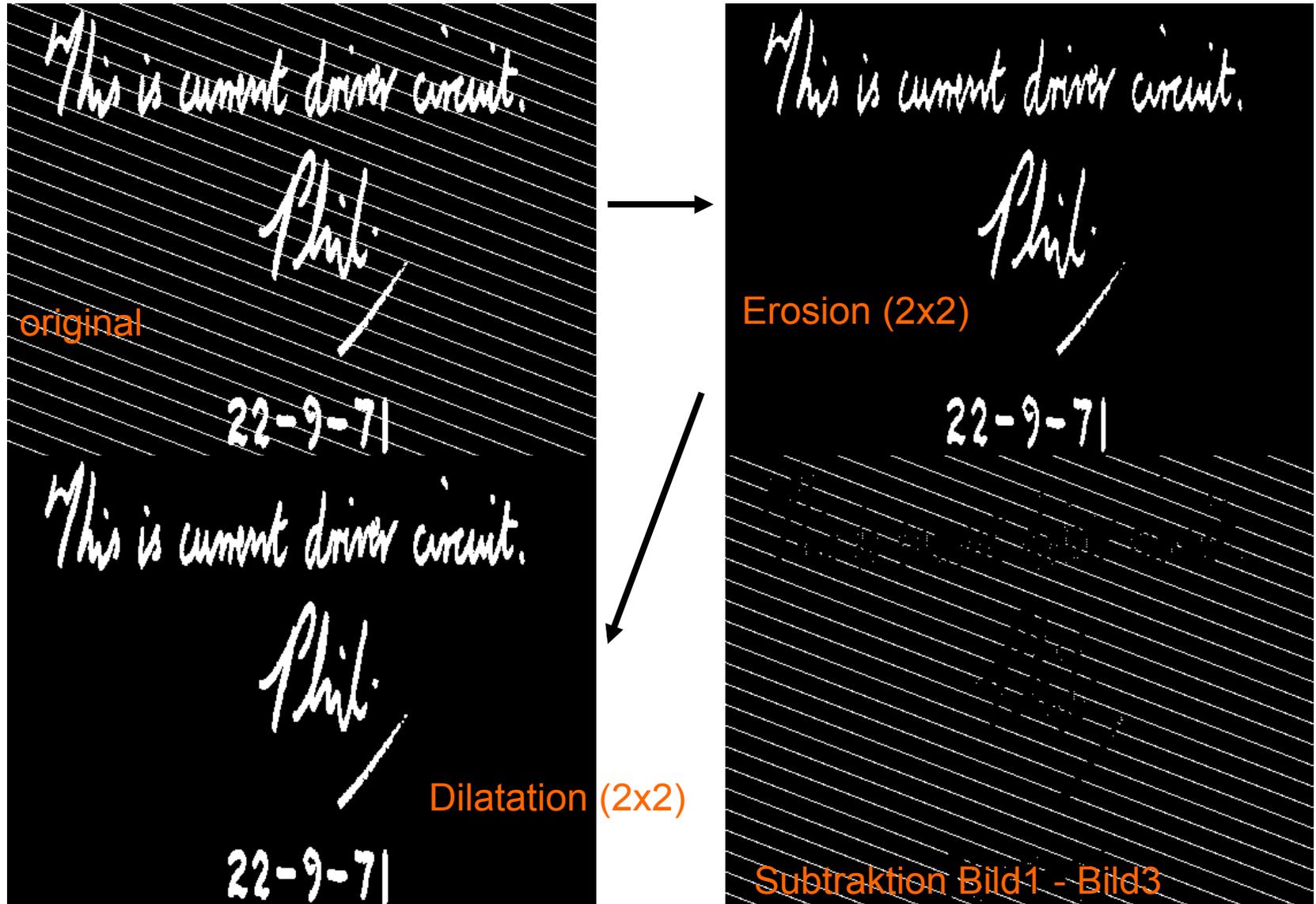


Opening



Closing

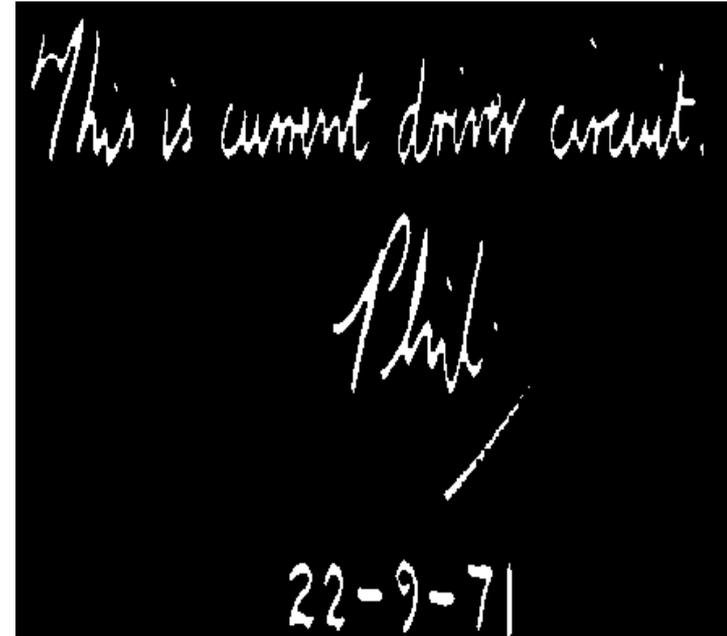
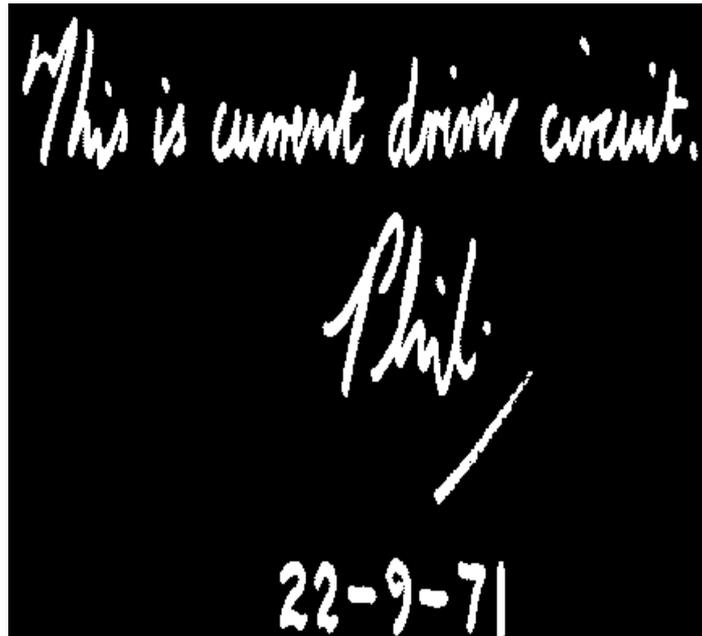
Entfernung von Linien



Extraktion von Rändern

$S_{b4} = \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}$ $S_{b8} = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$ Erosion mit S_{b4} bzw. S_{b8} entfernt alle
Objektpixel, in deren 4- bzw. 8-
Nachbarschaft sich Hintergrundpixel
befinden.

Der Rand kann nun durch Differenzbildung zwischen Ursprungsbild und erodiertem Bild erzeugt werden: $\partial G = G \setminus (G \ominus S_b)$

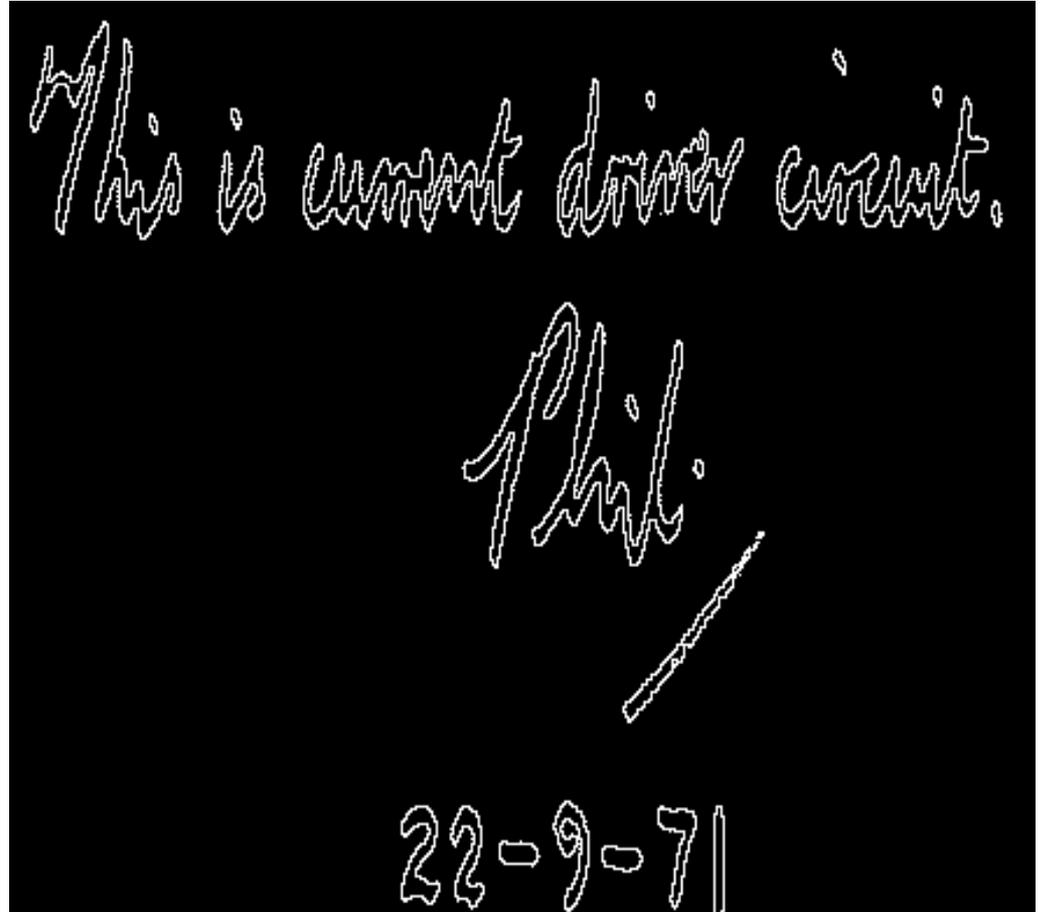


Extraktion von Rändern

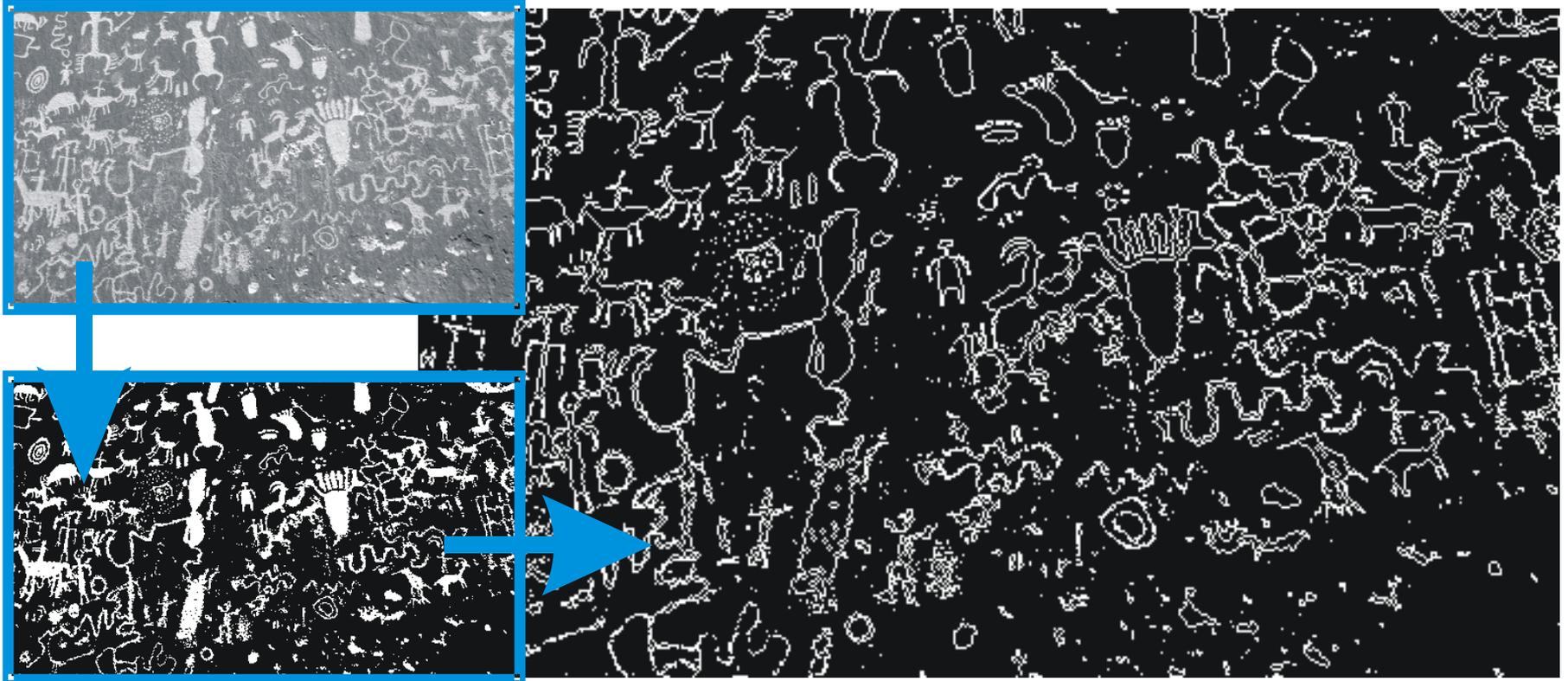
$$\begin{aligned}\partial G &= G \setminus (G \ominus M_b) \\ &= G \cap \overline{(G \ominus M_b)} \\ &= G \cap (\bar{G} \oplus M_b)\end{aligned}$$

Hintergrundrand:

$$\partial G_B = (G \oplus M_b) \setminus G$$



Beispiel



Distanztransformation

Resultat der Randoperation $\partial G_0 = G \setminus (G \ominus S_b)$:

Menge aller Pixel, die den **Abstand 0** zum Rand haben.

Falls die gleiche Operation auf dem um den Rand verminderten Bild nochmals angewendet wird:

$$\partial G_1 = (G \ominus S_b) \setminus (G \ominus S_b \ominus S_b)$$

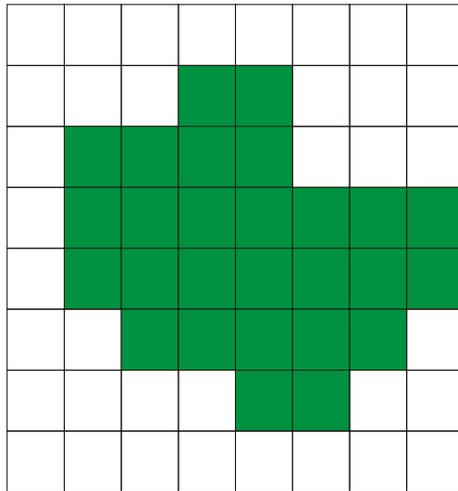
Menge aller Pixel, die den **Abstand 1** zum Rand haben.

Fortgesetzte Extraktion von immer weiter vom Rand entfernten Linien und Multiplikation der jeweiligen Resultate mit der aktuellen Entfernung überführt das Binärbild in ein **Distanzbild D**:

$$D = \bigcup_{n=1, \infty} [(G \ominus S_b^{n-1}) \setminus (G \ominus S_b^n) \cdot n],$$

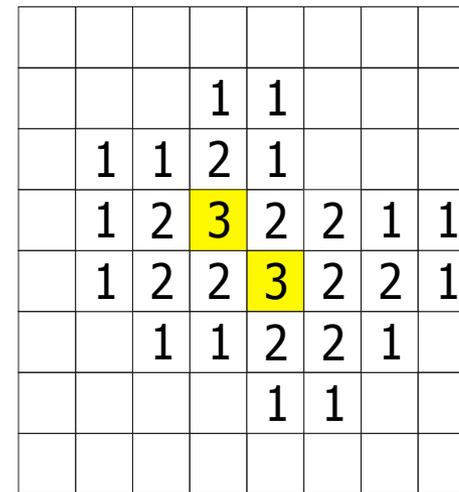
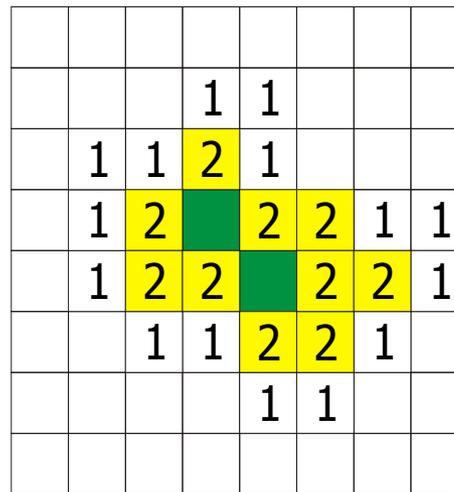
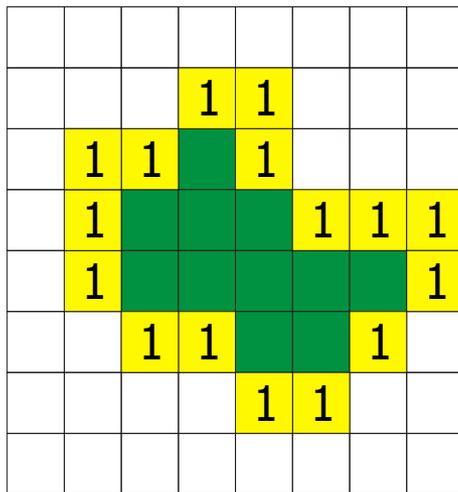
wobei die Operation \cdot die punktweise Multiplikation der n -ten Randkurve mit der Zahl n (dem aktuellen Abstand) darstellt.

Beispiel

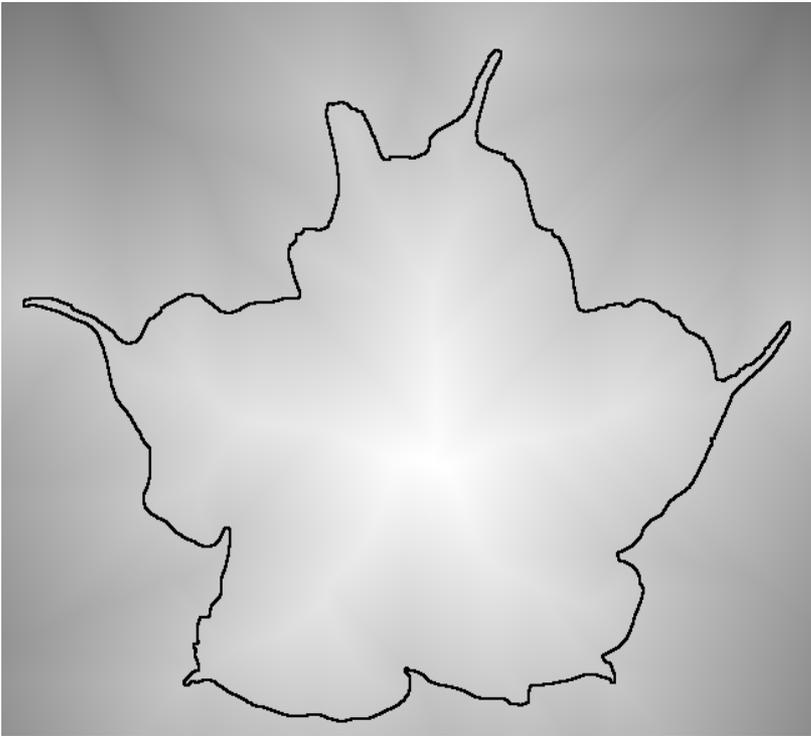
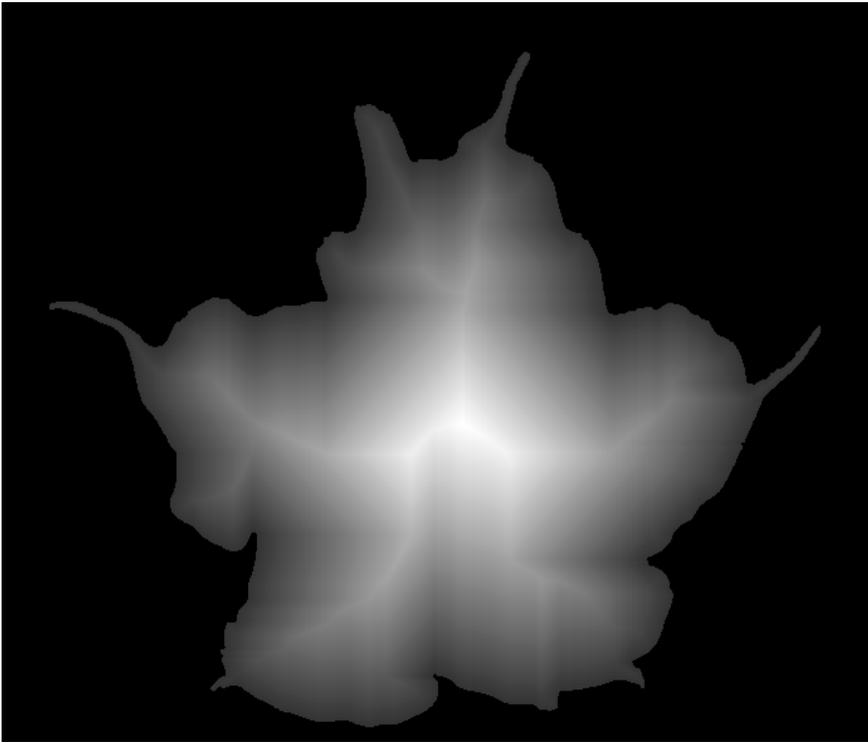


Originalbild

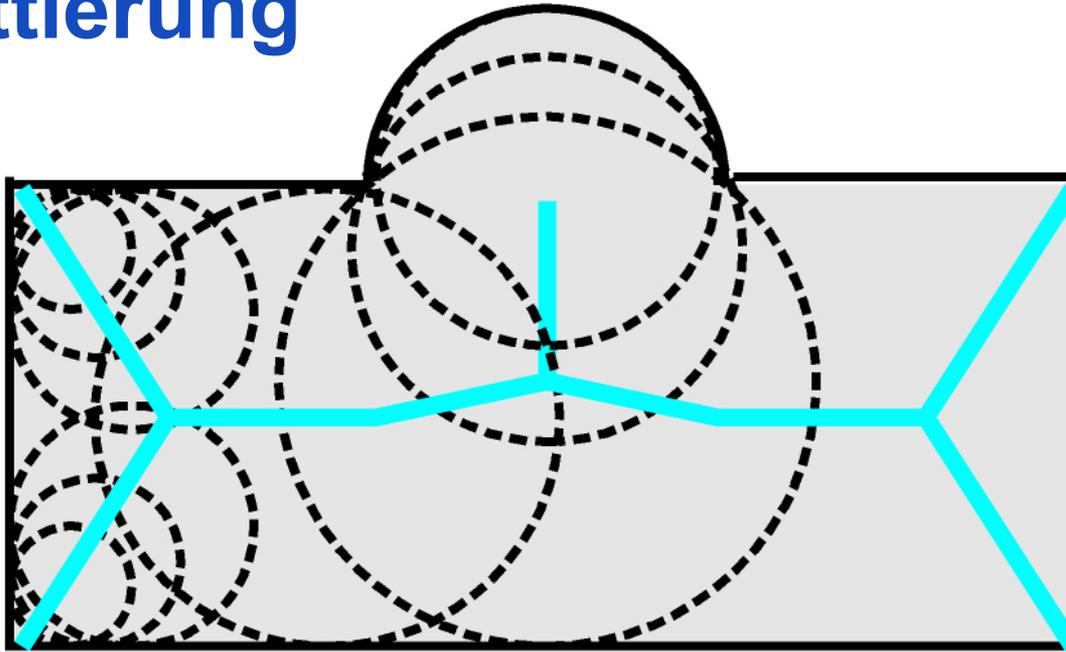
- Objektinneres (nach fortgesetzter Erosion)
- Randpixel nach der n-ten Erosion einschließlich Distanz



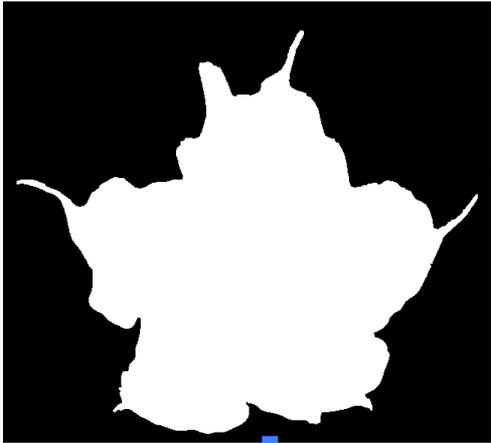
Beispiel



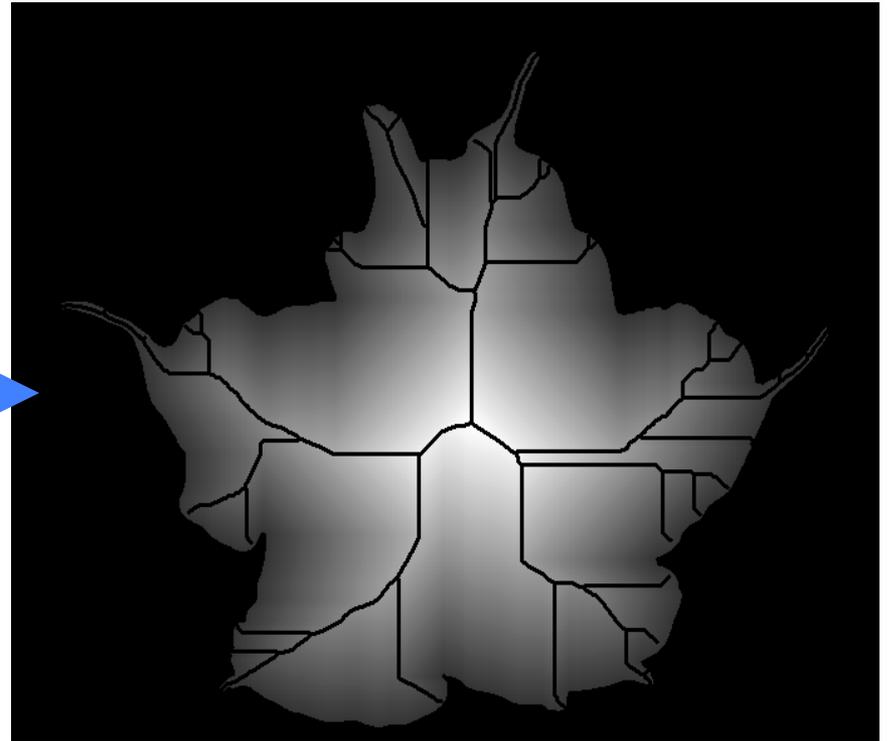
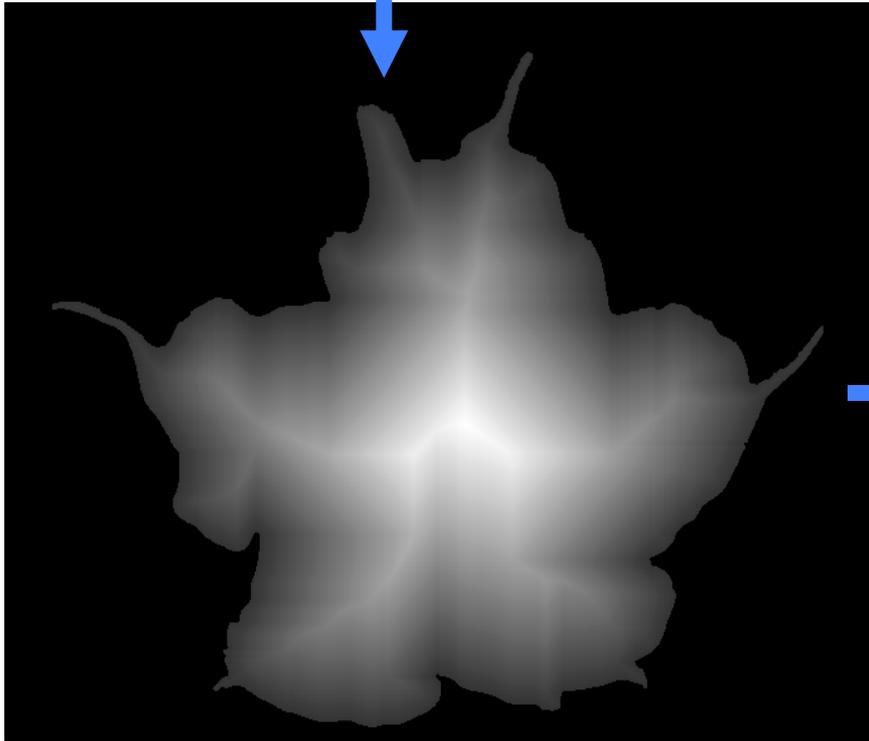
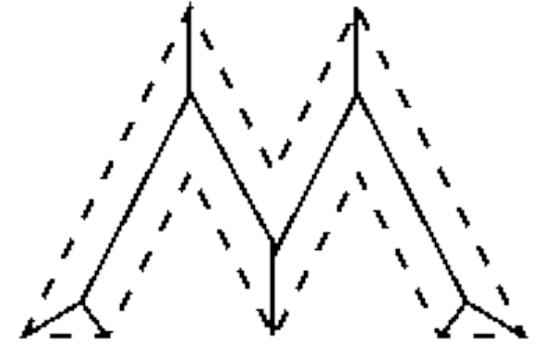
Skelettierung



- Das Skelett eines Segments ist die Menge aller Mittelpunkte von Kreisen mit maximalem Radius, die vollständig innerhalb des Segments liegen
- Trägt wichtige Eigenschaften für die Klassifizierung
- Anfällig für Rauschen und kleine Formänderungen



Beispiel

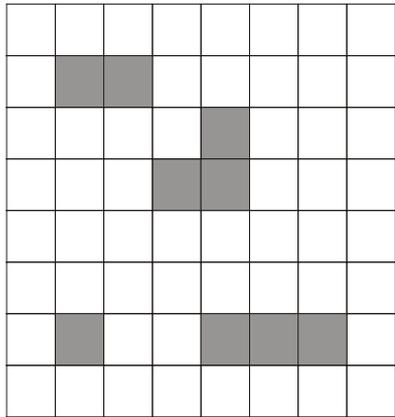


Hit-or-Miss Operator

Hit-or-Miss Operator:

$$G \otimes (S_1, S_2) = (G \ominus S_1) \cap (\bar{G} \ominus S_2)$$

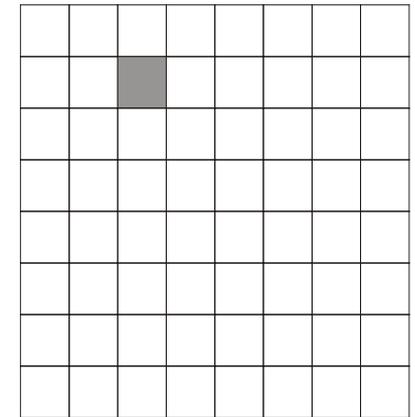
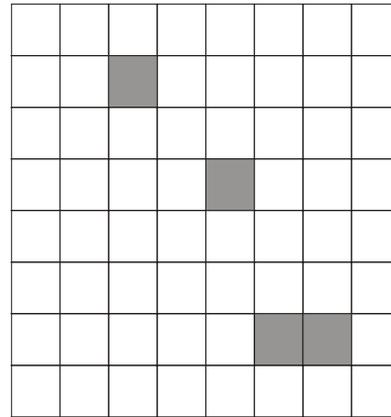
G



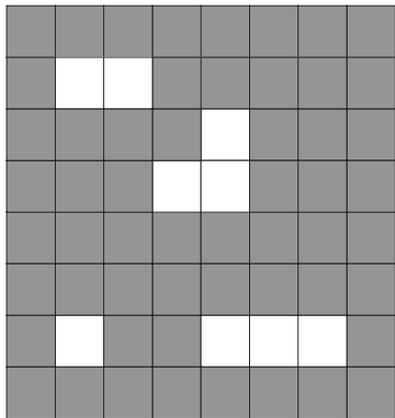
Erodieren
mit



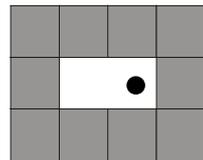
S_1



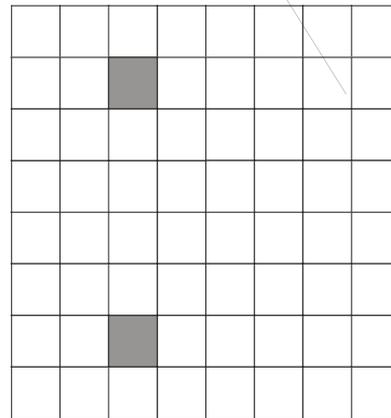
\bar{G}



Erodieren
mit



S_2



Hit-or-Miss Operator

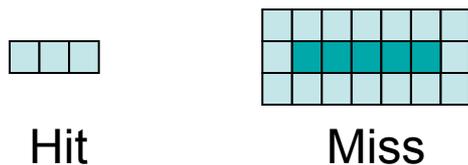
Hit-or-Miss Operator:

$$G \otimes (S_1, S_2) = (G \ominus S_1) \cap (\overline{G} \ominus S_2)$$

$$= (G \ominus S_1) \cap \overline{(G \oplus S_2)}$$

mit $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ (sonst wäre das Resultat der Operation die leere Menge)

Hit-or-Miss-Operator für **variable Strukturgrößen**, z.B.:

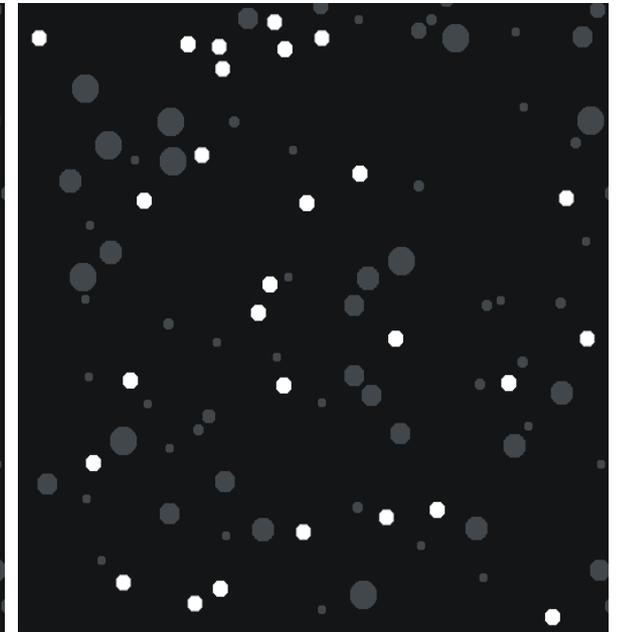
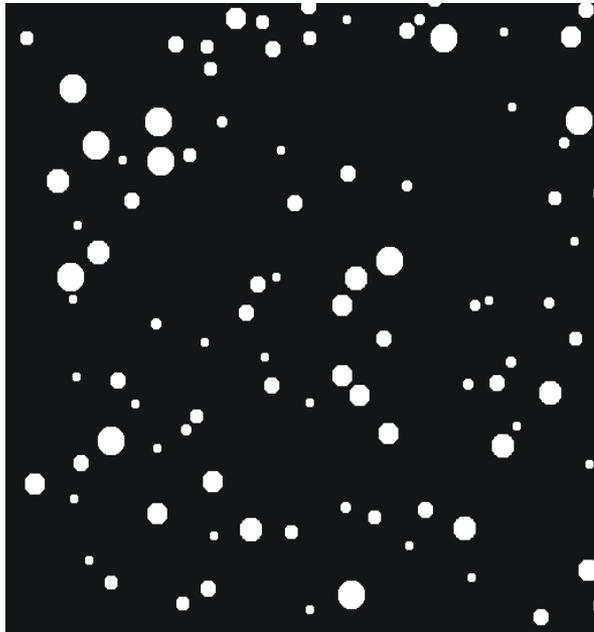


führt zur Akzeptanz von horizontalen Linien von 3,4, und 5 Pixeln Länge

Notation für Hit-or-Miss-Operator: $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 1 & 1 & 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

0 - Miss
1 - Hit
x - weder Miss noch Hit

Beispiel



Kreise mit Radius von 6 Pixel

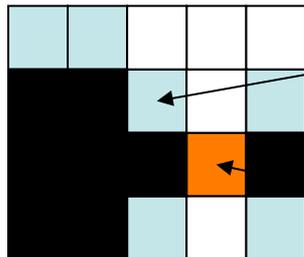
Kreise mit Radius 6-7 Pixel

Hit-or-Miss-Operatoren zur Detektion von Randpunkten

$M_I = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$
 Entfernung einzelner Pixel

$M_C = \begin{matrix} x & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$
 detektiert untere, rechte Ecken eines Objekts

$M_{T1} = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ x & 1 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$
 findet Randpunkte von oben, die ein Objekt nicht teilen würden, wenn sie entfernt würden



Diese Punkte würden von M_{T1} gefunden werden

Diese Punkte würden von M_{T1} nicht gefunden werden

Skelettierung mit Hit-or-Miss-Operatoren

$$S_{T1} = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ x & 1 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$S_{T2} = \begin{matrix} 0 & x & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & x & 1 \end{matrix}$$

$$S_{T3} = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$S_{T4} = \begin{matrix} 1 & x & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & x & 0 \end{matrix}$$

$$S_{T5} = \begin{matrix} 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$S_{T6} = \begin{matrix} x & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & x \end{matrix}$$

$$S_{T7} = \begin{matrix} 1 & 1 & x \\ 1 & 1 & 0 \\ x & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$S_{T8} = \begin{matrix} x & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x \end{matrix}$$

Ziel: Skelettierung

Methode: Randpixel solange entfernen, bis die zusammenhängende Form aufgelöst werden würde.

Thinning-Operator von oben:

$$G \oslash S_T = G \setminus (G \otimes S_{T1})$$

Symmetrisches Thining:

$$G \oslash S_T = G \setminus \bigcup_{i=1,8} G \otimes S_{Ti}$$

Thinning wird wiederholt, bis $G \oslash S_T = G$ ist.

BACKUP

Anwendung Distanztransformation

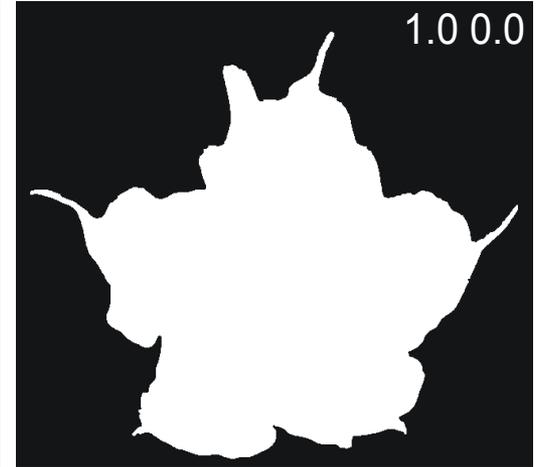
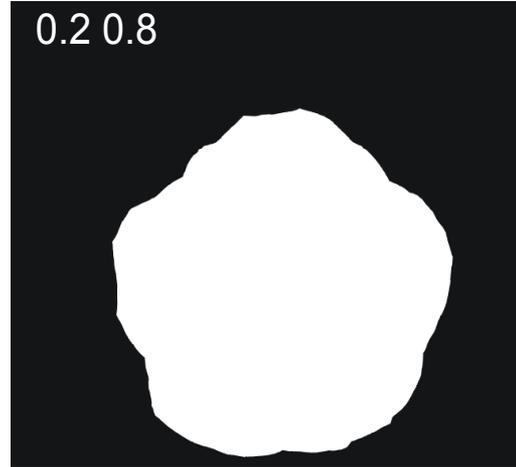
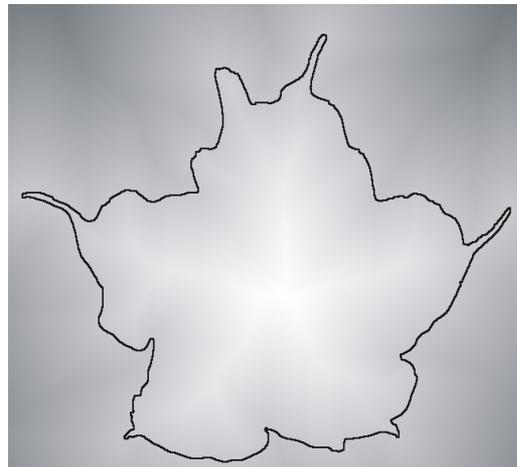
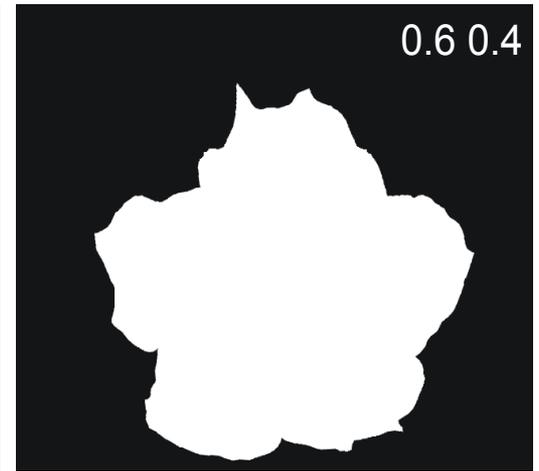
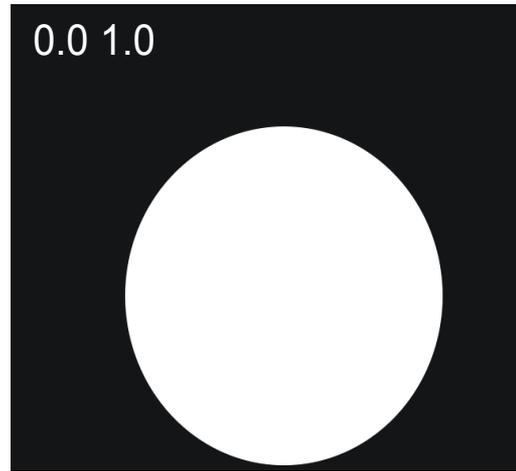
Morphing

- Vorzeichenbehaftete Distanztransformation auf Binärbildern b_A und b_B durchführen.
- Für $i=0,L$ Distanzbilder linear aus den Distanzbildern A_A und A_B interpolieren

$$A_i = \frac{i \cdot A_B + (L - i) \cdot A_A}{L}$$

- Umwandlung Distanzbild zu Binärbild
 - negative Werte in Distanzbild A_i werden 0 im Binärbild
 - alle anderen werden 1 im Binärbild

Beispiel

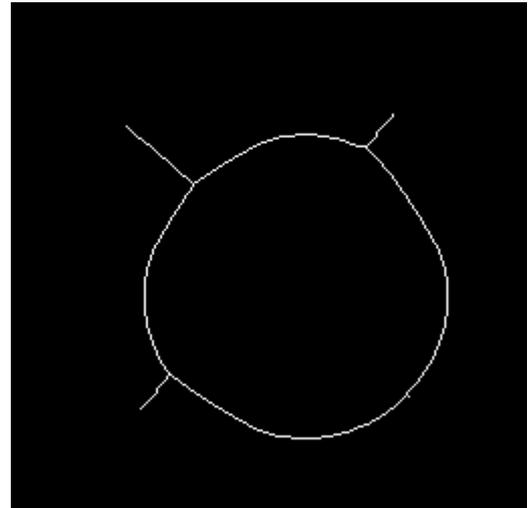
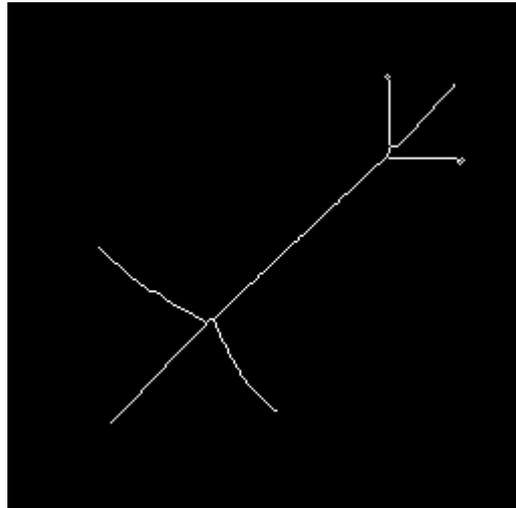
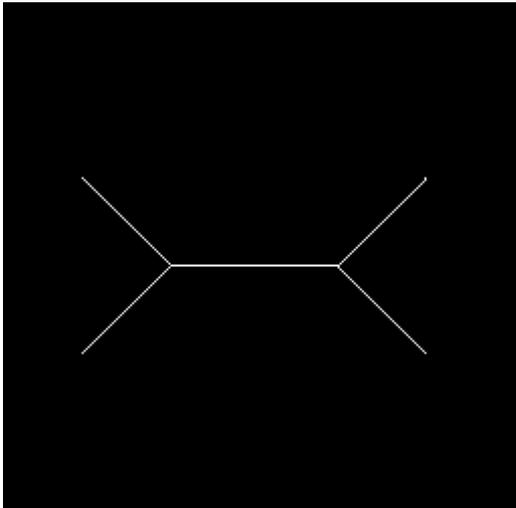
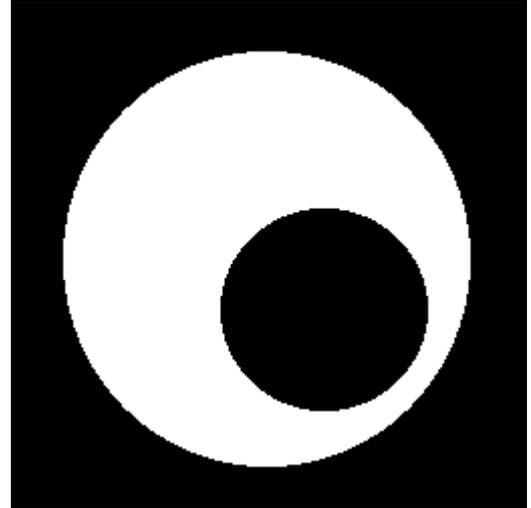
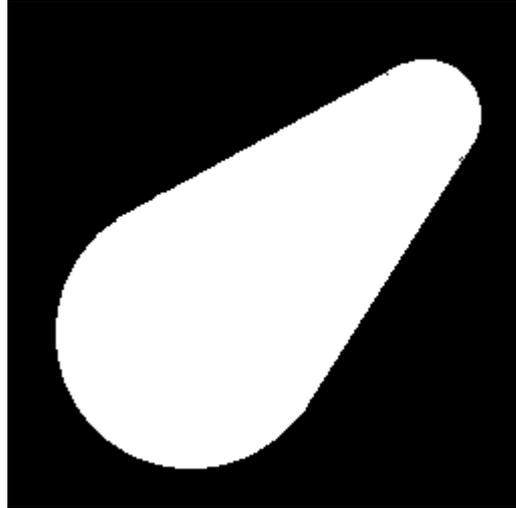
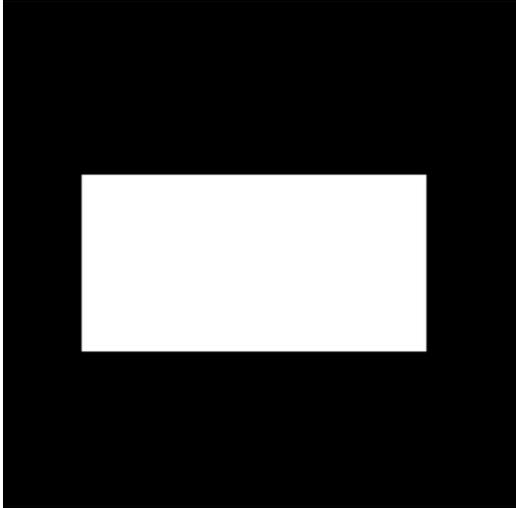


References

- <http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/skeleton.htm>
- <http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/distance.htm>
- <http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/DistanceTransform.html>
- <http://www.cs.ru.nl/~ths/rt2/col/h9/9gebiedENG.html#9.2.4>

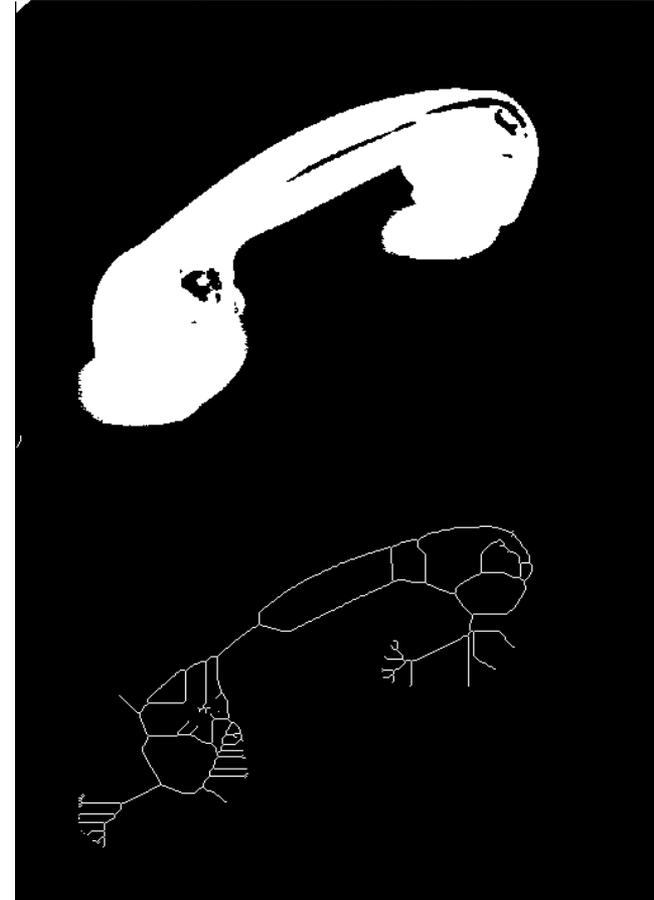
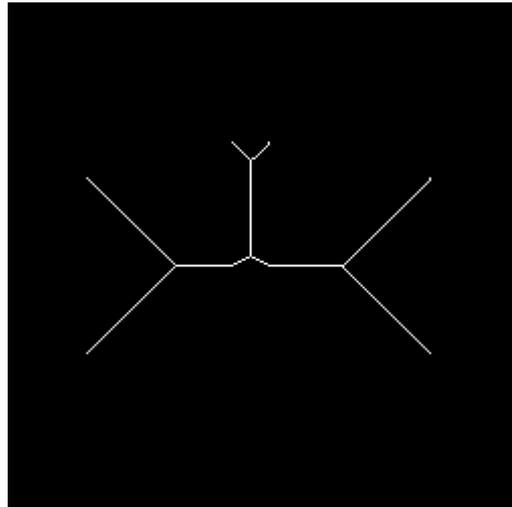
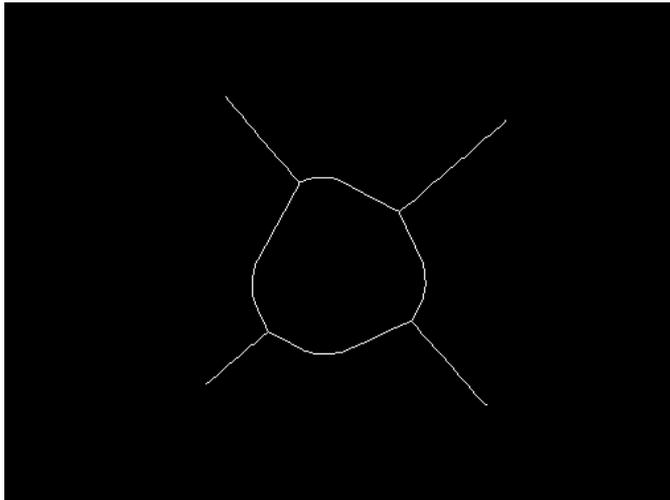
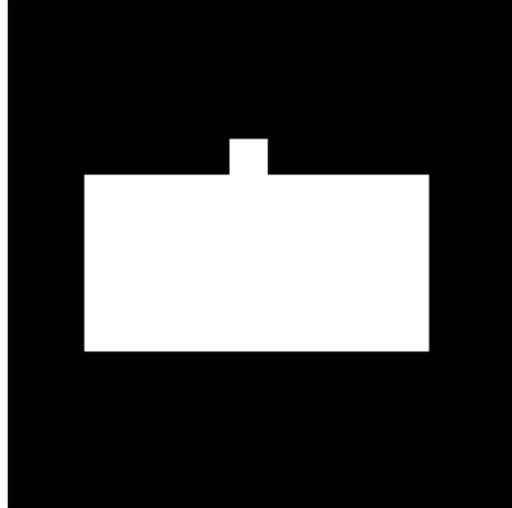
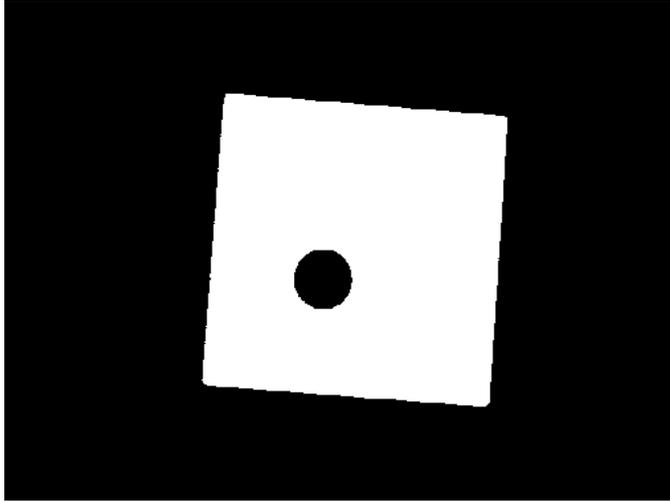
Beispiele

<http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/skeleton.htm>



Beispiele

<http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/skeleton.htm>



Zusammenfassung

- Morphologische Operationen: Formverändernde oder formauswertende Operationen auf Segmenten
- Morphologische Filter zur
 - Unterdrückung von Artefakten nach einer Segmentierung
 - Suche nach vorgegebenen Formen
 - Randbestimmung, Distanztransformation und Morphing
 - Skelettierung von Segmenten